

C. S. Peirce y *The Principles of Mathematics* (1903) de B. Russell

Jaime Nubiola 
Universidad de Navarra
jnubiola@unav.es

Introducción

Cuando me jubilé en el año 2023 —al cumplir los 70— tomé la decisión de no escribir ya más artículos *nuevos*, esto es, que requirieran una nueva investigación original. Aspiraba más bien a centrar mi atención en los campos que ya había investigado, quizás estudiándolos más a fondo o presentando los resultados obtenidos de una manera novedosa o más atractiva. He procurado cumplir ese propósito, aunque no siempre lo he conseguido.

Dejadme retroceder un poco en el tiempo y que os hable de mí, como solemos hacer las personas mayores. En el curso 1992-93 el profesor Ignacio Angelelli, famoso editor argentino de la obra de Frege, estaba en Navarra. Organizó un Simposio de Historia de la Lógica en el que me invitó a participar con una ponencia. En aquel entonces me estaba adentrando en el estudio de Peirce y decidí que un buen tema para mi ponencia podría ser el estudio de la relación entre Peirce y Wittgenstein, autor al que había venido prestando atención desde hacía tiempo. Puedo contar como anécdota que un sabio y exigente historiador de la matemática británico, el famoso Ivor Grattan-Guinness, al ver en el programa el título de mi ponencia, le dijo con rotundidad a Angelelli que no había ninguna relación entre Peirce y Wittgenstein.

Trabajé varios meses preparando aquella ponencia y me parece que pude mostrar —siguiendo las pistas de Richard Rorty y otros que habían estudiado el asunto— las conexiones y afinidades entre los dos pensadores, en particular a través de las «innumerables conversaciones» que Wittgenstein mantuvo con Peter

*Corresponding author.

F. Ramsey en Cambridge en 1929 y 1930. En mi artículo (Nubiola 1996) reuní todas las evidencias disponibles sobre aquella conexión y defendí que Peirce había desarrollado cinco décadas antes un conjunto de opiniones y una forma de hacer filosofía muy parecida a la de los filósofos contemporáneos que trabajan bajo la influencia del último Wittgenstein.

Han pasado treinta años y hoy en día es un lugar común mencionar el *pragmatismo* del 'segundo' Wittgenstein, es decir, la naturaleza pragmatista de la filosofía del último Wittgenstein (Gorlée 2012; Fabbrichesi 2014; Boncompagni 2016; Garrison 2017). En los treinta años que han pasado desde aquella vieja ponencia mía se ha producido un creciente consenso no solo respecto al giro pragmatista del último Wittgenstein, que se fundamenta en sus conexiones intelectuales con Charles S. Peirce, William James y John Dewey, sino, en particular, sobre el relevante papel de Frank P. Ramsey en ese giro. En este sentido, Cheryl Misak ha identificado incluso una tradición continua de investigación filosófica bajo el título *Cambridge Pragmatism: From Peirce and James to Ramsey and Wittgenstein* (Misak 2016; Price 2022) en el que también incluye a Elizabeth Anscombe.

Pues bien, treinta años después de aquel primer trabajo, la investigadora holandesa Dinda Gorlée organizó un panel sobre esta materia en el Congreso Mundial de Semiótica —que se iba a celebrar en Tesalónica, Grecia, en septiembre de 2022— y me invitó a participar. Le dije que encantado podía preparar un sumario de lo que se había dicho en los últimos treinta años —esto es, desde la fecha de mi artículo de 1992 al congreso del 2022— sobre las relaciones entre Peirce y Wittgenstein. No imaginaba en la selva que me adentraba al aceptar aquella invitación. Al hacer una búsqueda sobre Wittgenstein + pragmatismo en la base de datos EBSCO limitándola a los últimos treinta años, descubrí que el sistema ¡devolvía 2.056 entradas! Si la búsqueda la limitaba con comillas a "Peirce and Wittgenstein" los resultados descendían a 250. Si lo hacía en Google Scholar, obtenía 406 resultados. Me resultaba algo realmente inabarcable para una comunicación de veinte o treinta minutos y más bien lo que esa documentación demandaba era realmente una tesis doctoral. Hice lo que pude concentrando mi atención en las líneas generales de toda esa montaña de investigación y en los cuatro o cinco valiosos libros que habían aparecido sobre la materia (Nubiola 2025).

Con todo esto lo que quiero ilustrar es algo que todos vosotros sabéis bien: la investigación académica en humanidades se ha transformado radicalmente en las tres últimas décadas. No solo los programas informáticos pueden ayudarnos a hacer las tareas más mecánicas y los sistemas de Inteligencia Artificial pueden ser unos formidables «asistentes de investigación», sino que además podemos —¡y en muchos casos debemos!— tener acceso a una cantidad ingente de bibliografía relevante y a los documentos originales de los que se trate. Por supuesto, corremos el riesgo de la erudición estéril, pero esto pone también en primer plano nuestra capacidad especulativa para adentrarnos en nuevos campos, y no solo la paciencia para asimilar la ingente información disponible.

Después de esta ya amplia introducción puedo contar que en julio del 2024 tuve la suerte de poder estar tres semanas en Harvard revisando en la Houghton Library alguna documentación de Peirce que en su día no fue microfilmada y

que por tanto solo podía consultar *in situ*. Fueron unos días estupendos en los que fuimos cordialmente acogidos por el Departamento de Filosofía de aquella Universidad. Nos asignaron a Sara Barrena y a mí la venerable Bechtel Room con los cuadros de Josiah Royce, William James, George Santayana y otros, donde trabajamos muy a gusto.

La comunicación que hoy presento vino a mi cabeza en aquella estancia en Harvard pues pude consultar despacio el ejemplar del libro de Bertrand Russell *The Principles of Mathematics*, que fue propiedad de Peirce y, además, reunir buena parte de los documentos que atestiguan su valoración por parte de Peirce. Mi presentación de hoy sigue en líneas generales el artículo de Irving Anellis —a quien tuve ocasión de conocer en Indianápolis— "*Peirce Rustled, Russell Pierced: How Charles Peirce and Bertrand Russell Viewed Each Other's Work in Logic, and an Assessment of Russell's Accuracy and Rôle in the Historiography of Logic*" (1995), y mi aportación novedosa es básicamente la de las imágenes. Siempre es emocionante manejar los documentos originales y hoy en día es casi siempre posible hacer fotografías para ponerlos al alcance de todos los interesados: esto es lo que quiero hacer hoy aquí.

The Principles of Mathematics (1903)

Como es sabido, Bertrand Russell publica el primer volumen de *The Principles of Mathematics* en 1903. Nunca llega a haber un segundo volumen, pues la investigación sería superada por los tres volúmenes de *Principia Mathematica*, preparados por B. Russell y A. N. Whitehead, entre los años 1910-1913. Como curiosidad puedo contar que en el año 1948 Espasa-Calpe publicó en Buenos Aires la traducción al español de la obra de Russell realizada por Juan Carlos Grimberg, quien había traducido dos años antes para la misma editorial el libro *Probabilidad estadística y verdad* de Richard von Mises.

The Principles of Mathematics es un volumen de sólida apariencia, tiene 59 capítulos, distribuidos en 534 páginas.¹ Su objetivo principal es demostrar que toda la matemática pura trata exclusivamente de conceptos definibles en términos de unos pocos conceptos lógicos y que todas sus proposiciones son deducibles de un número muy pequeño de principios lógicos fundamentales: esto es lo que se denominó el "programa logicista", es decir, la tesis de que las matemáticas pueden ser reducidas completamente a la lógica. Sin embargo, la solidez del volumen es solo aparente. Ya el propio autor en el prefacio declara: «Los temas tratados son tan difíciles que siento poca confianza en mis opiniones presentes, y considero todas las conclusiones que se puedan defender como esencialmente hipótesis» (Russell 1903, vi).

Tal como aparece en el índice final de nombres (p. 533), Charles S. Peirce es citado tres veces en el cuerpo del texto y en cuatro notas. En las páginas 23-26 Russell menciona a Peirce como quien desarrolló el cálculo de relaciones y cita

¹Está accesible online en Internet Archive: <https://archive.org/details/principlesofmath01russ/mode/2up>

sus trabajos a través de la obra monumental *Algebra der Logik* (1890-1905) del matemático alemán Ernst Schröder. Russell se lamenta de que «Peirce y Schröder se dieron cuenta de la gran importancia del tema, pero desafortunadamente sus métodos, al estar basados no en Peano, sino en la lógica simbólica más antigua derivada (con modificaciones) de Boole, son tan engorrosos y difíciles que la mayoría de las aplicaciones que deberían hacerse no son prácticamente factibles» (p. 24). Las otras menciones de Peirce hacen referencia a la diferente terminología que este emplea (pp. 203, 232, 320) y al estilo "continental" de tratar los números imaginarios (p. 376).

Reseña de C. S. Peirce en *The Nation* (15 octubre 1903)

Poco después de su publicación Peirce debió de recibir un ejemplar del libro de Russell para que hiciera una reseña para el semanario *The Nation*, en el que llevaba colaborando desde 1869 (Peirce 1975-1979). Peirce no estaba cómodo con la idea de recensionar *The Principles of Mathematics* y lo que hizo fue abordar dos libros en una misma reseña. A Russell le dedicó un párrafo y al libro de Lady Welby *What is Meaning* cinco mucho más amplios. Reproduzco el párrafo inicial traducido al castellano²:

Estas son dos obras realmente importantes sobre lógica; o, en todo caso, merecen llegar a serlo, si los lectores ponen de su parte para ello. Sin embargo, es casi grotesco nombrarlas juntas, ya que su carácter es completamente dispar. Este no es el lugar para hablar del libro del Sr. Russell, pues difícilmente puede llamarse literatura. El hecho de que haya continuado durante tanto tiempo con estos trabajos tan severos y académicos, denota valentía y esfuerzo, así como una gran inteligencia, por las que más de uno de sus antepasados fue famoso. Quien desee una oportuna introducción a las notables investigaciones en la lógica de las matemáticas que se han realizado durante los últimos sesenta años, y que han arrojado una luz completamente nueva tanto sobre las matemáticas como sobre la lógica, hará bien en tomar este libro. Pero no será una lectura fácil.

²"Two really important works on logic are these; or, at any rate, they deserve to become so, if readers will only do their part towards it. Yet it is almost grotesque to name them together, so utterly disparate are their characters. This is not the place to speak of Mr. Russell's book, which can hardly be called literature. That he should continue these most severe and scholastic labors for so long, bespeaks a grit and industry, as well as a high intelligence, for which more than one of his ancestors have been famed. Whoever wishes a convenient introduction to the remarkable researches into the logic of mathematics that have been made during the last sixty years, and that have thrown an entirely new light both upon mathematics and upon logic, will do well to take up this book. But he will not find it easy reading. Indeed, the matter of the second volume will probably consist, at least nine-tenths of it, of rows of symbols." La traducción al castellano de la reseña de los dos libros está accesible en < <https://www.unav.es/gep/WelbyRussell.html> >.

A renglón seguido Peirce centra su atención en el libro de Lady Welby que «está libre de la más mínima sombra de pedantería o pretensión», quizás en contraste con el libro precedente. Como es conocido, a partir de esta recensión surgirá una notable amistad y correspondencia entre los dos (Hardwick 1977). Peirce añade en su recensión: «Podríamos señalar otras afiliaciones interesantes de su pensamiento, suficientes para demostrar que debe estar en el buen camino».

De hecho se conserva una carta de Peirce a Lady Welby del 1 de diciembre de 1903 en la que le explica³: «En cuanto al libro de Bertrand Russell, solo lo he examinado ligeramente; pero es suficiente para demostrarme que, cualquiera que sea el mérito que pueda tener como compendio de lo que otros han hecho, es pretencioso y pedante, atribuyendo a su autor méritos que no se le pueden conceder».

Carta de C. S. Peirce a Christine Ladd-Franklin (27 de julio 1904)

En la estancia en Harvard que mencionaba al principio recibí una petición desde China del experto *scholar* Ahti Pietarinen para que le fotografiara unas pocas cartas mecanografiadas de Christine Ladd-Franklin —antigua alumna de Peirce en Johns Hopkins y una experta en lógica, interesante por derecho propio— para el volumen que Pietarinen está preparando sobre la correspondencia entre los dos. Aproveché el encargo para leer algunas de esas cartas y me encontré con la del 27 de julio de 1904 en la que Peirce escribe precisamente acerca de sus dificultades con el libro de Russell. Copio los dos primeros párrafos traducidos al castellano pues resultan muy significativos y conmovedores (L 237)⁴:

Me interesan mucho los anuncios de cursos que me envías. Estoy totalmente de acuerdo contigo sobre los Peanistas. De hecho, ha pasado un año desde que acepté reseñar *The Principles of Mathematics* Vol. I de

³”As to Bertrand Russell’s book, I have made but a slight examination of it; but it is sufficient to show me that whatever merit it may have as a digest of what others have done, it is pretentious & pedantic, attributing to its author merit that cannot be accorded to him” (*Semiotic and Significs*, p. 9).

⁴”Indeed, a year has passed since I agreed to notice Russell’s *Principles of Mathematics* Vol. I. and I feel its pretentiousness so strongly that I cannot well fail to express it in a notice. Yet it is a disagreeable sort of thing to say, and people may ask themselves whether it is not simply the resentment of the old man who is getting laid upon the shelf. Perhaps I might require strict searchings to be sure myself that that element was not present. The result is that I have never written the notice yet.

I have the same opinion about Whitehead’s.

I winked at it in the *Nation* by making a few commonplace remarks about the Hon. Russell’s book and then turning to Lady Welby’s *What is Meaning* and saying “This is a book as opposite to the other as possible. It is entirely free from pretentiousness and from pedantry!” etc. I can’t give my exact words, not having kept a copy; but it must have appeared Oct. 15 last.

Lady Welby’s idea is not quite definite enough. But she is on the trail of the truth in saying that there are three different things that “Meaning” can mean. So I said in my pragmatism paper.”

Russell y siento tan fuertemente su pretenciosidad que en una reseña no puedo dejar de expresarlo. Sin embargo, es algo desagradable de decir, y la gente puede preguntarse si no es simplemente el resentimiento del anciano que está siendo puesto en el estante. Tal vez yo mismo necesitaría una búsqueda estricta para asegurarme de que ese elemento no está presente en mí. El resultado es que todavía no he escrito la nota.

Tengo la misma opinión sobre Whitehead.⁵

Hice un guiño al respecto en *The Nation* al hacer algunos comentarios banales sobre el libro del Hon. Russell y luego volverme al *What is Meaning* de Lady Welby diciendo: «Este es un libro tan opuesto al otro como sea posible. Está totalmente libre de pretenciosidad y pedantería», etc. No puedo dar mis palabras exactas, porque no conservo un ejemplar, pero debió de aparecer el 15 de octubre pasado.

Impresiona la franqueza de Peirce que se plantea a sí mismo si no será el resentimiento del anciano relegado a la estantería lo que le lleva a considerar pretencioso el libro de Russell y anuncia que habrá de examinarse a sí mismo sobre ello. ¡Qué ejemplo para mí! pensaba al leerlo.

Anotaciones de C. S. Peirce en su volumen de *The Principles of Mathematics*

En la Houghton Library de Harvard se conservan varios centenares de libros que pertenecieron a Peirce. Llevan una etiqueta en la que consta que fue una donación de su viuda. Concretamente la signatura de *The Principles* es GEN *AC85 P3535 Zz903r. y es de libre acceso en esta biblioteca de investigadores.

En una revisión atenta del volumen encontré diez anotaciones marginales de Peirce. Algunas muy breves y contundentes como en la p. 12 "Not so", negando una afirmación de Russell, o en la página siguiente: "Which is utterly false"; en la p. 14 corrige a Russell: "'Implication' is a class [?] proposition about state of things"; en la p. 16 anota al margen "Ridiculous modes of formulation"; en la p. 18 comenta sobre la paradoja lógica de Lewis Carroll "Carroll is not right; for if q is absurd $q \text{ \& } r$ and $q \text{ \& } \text{no } r$ may both be true". En p. 19: "They are not formally distinct except for the relation of identity" y unas líneas más abajo "Man are not a class"; en p. 20 "A class can never be so defined" y al pie "What utter triffling?". En p. 21 "Not at all" rechazando que una visión extensional de las clases sea esencial para la lógica simbólica; en p. 22 "McCull is wrong"; y en p. 24 "He considers only dyadic relations" y unas líneas más abajo anota el término "existential" quizá como alternativa a *extension*.

Sorprende quizá que en el libro no haya más anotaciones, y el investigador se queda con la impresión de que, al llegar a la página 24, Charles Peirce hubiera

⁵Sobre la valoración de Whitehead por parte de Peirce puede leerse (Nubiola 2016), sección 4. Accesible online en <https://www.unav.es/users/CienciaMetafisicaPeirceWhitehead.pdf>.

decidido interrumpir la lectura. Se trata precisamente de la página —antes citada— en la que Russell se lamenta de que los métodos de Peirce y Schröder «son tan engorrosos y difíciles que la mayoría de las aplicaciones que deberían hacerse no son prácticamente factibles» (p. 24). Por supuesto, entender el alcance de cada uno de los comentarios requeriría un estudio en profundidad —que ahora no podemos hacer, pues lo que quería era, sobre todo, mostrar las imágenes.

He localizado otro comentario de Peirce sobre este libro de Russell en el mismo año 1903 en uno de los borradores de sus *Lowell Lectures* de aquel año. Traduzco un extracto del pasaje (MS 469)⁶:

Otro punto que observo que desconcierta al Hon. Bertrand Russell en sus *Principles of Mathematics* es si una colección que tiene un solo miembro individual es idéntica a ese individuo o no. [...] El hecho de que el Sr. Russell esté desconcertado por esto es una buena ilustración de lo imposible que es desarrollar la filosofía sin hacer un vocabulario especial como el que hacen todas las demás ciencias. Es, sin embargo, mucho más necesario en filosofía que en cualquier otra ciencia, por la razón de que las palabras del habla ordinaria son necesarias para la filosofía como su primera materia.

Últimas notas de C. S. Peirce (1912) sobre *The Principles*

Sorprendentemente la historia de la recepción de *The Principles of Mathematics* por parte de Peirce no se termina aquí. En torno a 1912, cuando Peirce contaba ya con 73 años, se reaviva su interés en *The Principles*, quizá por la aparición del primer volumen de los *Principia Mathematica* de Russell y Whitehead. En su legado documental se conserva un manuscrito fechado el 5 de febrero de 1912 con el título de “*Notes Preparatory to a Criticism of Bertrand Russell's Principles of Mathematics*”, escrito con letra temblorosa. Copio en traducción castellana los primeros párrafos de ese texto, recientemente transcrito por Francesco Bellucci (Bellucci 2020, 305)⁷:

⁶“Another point which I observe puzzles the Hon. Bertrand Russell in his *Principles of Mathematics* is whether a collection which has but a single individual member is identical with that individual or not. [...] Mr. Russell's being puzzled by this is a good illustration of how impossible it is to treat of philosophy without making a special vocabulary such as all other sciences make. It is, however, far more needed in philosophy than in any other science, for the reason that the words of ordinary speech are needed by philosophy for its raw material.” Pietarinen ha editado cuidadosamente las *Lowell Lectures*. El texto citado aparece en Ahti-Veikko Pietarinen (ed.): *Charles S. Peirce: Logic of the Future. Writings on Existential Graphs, Part 2/2: The 1903 Lowell Lectures*, Berlín: Walter de Gruyter, 2021, p. 317-8.

⁷“Russell has in this first volume sufficiently expounded the principles of mathematics to give those who have not at all studied the subject some notions of it that may be said to be true in the main; i.e. to say, in so far as to inform them of important truths.

Throughout, however, he betrays insufficient reflection on the fundamental conceptions of the subject, as I propose herein to show.

En este primer volumen, Russell ha expuesto suficientemente los principios de las matemáticas para dar a quienes no han estudiado en absoluto la materia algunas nociones de ella que puede decirse que son ciertas en lo principal; es decir, en la medida en que informan de verdades importantes.

Sin embargo, a lo largo de todo el libro, el autor no reflexiona suficientemente sobre los conceptos fundamentales de la materia, como me propongo demostrar aquí.

Puede decirse que esta insuficiencia se debe, en general, a que no ha reflexionado lo suficiente sobre el tema, pero sobre todo a que no ha comenzado por examinar a fondo los elementos, es decir, la analítica última del pensamiento.

Para que el lector se percate de la justicia de esta crítica, es necesario que prologue mi defensa de ella con algunas reflexiones propias.

Por supuesto, en el resto de las catorce páginas de este manuscrito en el que Peirce desarrolla una "analítica del pensamiento" —que es de lo que carece *The Principles of Mathematics*— no vuelve a citar a Russell.

Conclusión

Debo concluir esta superficial exploración de la relación entre Peirce y Russell a propósito de *The Principles of Mathematics*. Para Peirce este libro será superficial y, sobre todo, *pedante*. La exploración documental realizada confirma la tesis de Anellis de que «Peirce y sus colaboradores tenían en poca estima el trabajo de Russell; a menudo lo consideraban poco más que un simple chapucero [*'hack'*] y, en el peor, un matemático poco sofisticado» (Anellis 1995, 271). Por el contrario en las últimas décadas los historiadores de la lógica han dado un mayor crédito a Peirce que el que Russell y la tradición analítica le habían otorgado.

Bibliografía

- Anellis, Irving. 1995. «Peirce Rustled, Russell Pierced: How Charles Peirce and Bertrand Russell Viewed Each Other's Work in Logic, and an Assessment of Russell's Accuracy and Rôle in the Historiography of Logic». *Studia Logica* 5 (3): 270-328.
- Bellucci, Francesco, ed. 2020. *Charles S. Peirce. Selected Writings on Semiotics, 1894-1912*. Berlin: Walter de Gruyter.

This insufficiency may be said in a general way to be due to his not having thought enough on the subject, but especially it is owing to his not having begun with a thorough examination of the elements,—the ultimate analytics of thought.

In order that the justice of this criticism may be brought home to the reader's mind, I must needs preface my defence of it by some reflections of my own."

- Boncompagni, Anna. 2016. *Wittgenstein and Pragmatism. On Certainty in the Light of Peirce and James*. London: Palgrave MacMillan.
- Fabbrichesi, Rossella. 2014. *Peirce e Wittgenstein. Un Incontro: Immagine, Prassi, Credenza*. Milano: Mimesis.
- Garrison, Jim. 2017. «Wittgenstein and Classical Pragmatism». En *A Companion to Wittgenstein on Education. Pedagogical Investigations*, editado por M. A. Peters y J. Stickney, 321-38. Singapore: Springer Nature.
- Gorlée, Dinda L. 2012. *Wittgenstein in Translation: Exploring Semiotic Signatures*. Berlin: De Gruyter Mouton.
- Hardwick, Charles, ed. 1977. *Semiotic and Significs: The Correspondence between Charles S. Peirce and Victoria Lady Welby*. Bloomington: Indiana University Press.
- Misak, Cheryl. 2016. *Cambridge Pragmatism: From Peirce and James to Ramsey and Wittgenstein*. Oxford: Oxford University Press.
- Nubiola, Jaime. 1996. «Scholarship on the relations between Ludwig Wittgenstein and Charles S. Peirce». En *Studies on the History of Logic. Proceedings of the III Symposium on the History of Logic*, editado por I. Angelelli y M. Cerezo, 281-94. Berlin: Walter de Gruyter.
- . 2016. «Ciencia y metafísica en Charles S. Peirce y Alfred N. Whitehead». *SCIO. Revista de Filosofía* 12: 81-98.
- . 2025. «Thirty Years of Scholarship on the Relations Between Wittgenstein and Peirce, 1992–2022». En *Wittgenstein & Semiotics*, editado por D. L. Gorlée, 139-49. Leiden: Brill. https://doi.org/10.1163/9789004708723_007.
- Peirce, Charles S. 1975-1979. *Contributions to 'The Nation'*. Editado por K. L. Ketner y J. E. Cook. 1–4 vols. Lubbock, TX: Texas Tech Press.
- Pietarinen, Ahti-Veikko, ed. 2021. *Charles S. Peirce: Logic of the Future. Writings on Existential Graphs, Part 2/2: The 1903 Lowell Lectures*. Berlin: Walter de Gruyter.
- Price, Huw. 2022. «Review of Cheryl Misak, Frank Ramsey: A Sheer Excess of Powers». *Society* 59: 52-55. <https://doi.org/10.1007/s12115-022-00675-2>.
- Russell, Bertrand. 1903. *The Principles of Mathematics*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.