Mathesis **III 2$_2$** (2007) 1-**.

Hacia una interpretación semiótica de los signos matemáticos.

Miguel Ariza

Resumen

El análisis de las propiedades geométricas de las configuraciones finitas ha sido uno de los objetivos fundamentales del estudio de las diversas geometrías discretas y de la geometría combinatoria. Este artículo propone plantear la posibilidad de una elucidación de lo matemático desde una perspectiva derivada de las 'matemáticas en acción' y no desde una concepción 'analítico gramatical' de sus fundamentos, y establecer, al menos, un mínimo umbral de validez, que articule una interpretación semiótica de los signos matemáticos, a través del análisis de un par de ejemplos elementales de geometría configuracional, cuyas construcciones son propuestas por el autor.

Abstract

The analysis of geometrical proprieties of finite configurations has been one of the main objectives in the study carried out by the several discrete geometries and combinatorial geometry. This article proposes the possibility of an elucidation of the mathematical knowledge from a point of view derived from 'mathematic in action' and not from an 'analytic grammatical perspective' of its foundations, and establish, at least, a minimum validity threshold, which articulates a semiotic interpretation of mathematical signs, through the analysis of two configuracional geometry elementary examples, whose constructions are proposed by the author.

Introducción

¿Cuál es la naturaleza de los objetos con los que la matemática trabaja?

¿Estos objetos están cifrados?

¿Es por medio de un conjunto de símbolos carentes de significado propio, sometidos a interpretación extrínseca que podemos dar cuenta de estos objetos?

Consideremos el siguiente ejemplo:

$$\Delta = \widehat{A}\widehat{B}\widehat{C} = \{Z;\ \overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO}\ldots\}$$
$$= \{(x, y);\ x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0\}$$

Es decir, el lugar geométrico Δ caracterizado por los puntos no colineales *A*, *B*, *C*, y que está constituido por el conjunto de los puntos *Z* equidistantes al punto O, o sea, de los puntos cuyas coordenadas cartesianas (x,y) cumplen en cierto sistema de referencia la relación cuadrática $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$ [Guitart 2003, 55].

Desde un punto de vista semántico referencial estaríamos hablando de un mismo referente cuyos sentidos o modos de designarse son múltiples. En todos los casos estamos hablando del mismo conjunto de puntos, a saber, los de una circunferencia, sin embargo ¿este punto de vista agota el contenido matemático del ejemplo?

En el ejemplo anterior además de estar contenidas un conjunto de designaciones de un mismo referente, existe un proceso de generación signica, es decir, un proceso de Semiosis. Y es justamente este proceso el producto de una actividad, de un quehacer, en otras palabras, el texto matemático no puede comprenderse cabalmente de manera externa al hacer que plantea [Guitart 1999, 121]. Inclusive cuando la manifestación de ese despliegue sea de carácter algebraico.

Una cuestión de gran interés a lo largo de la historia de las matemáticas ha radicado en cómo poder dar cuenta de una manera consistente de la naturaleza de lo múltiple, de la relación entre el todo y sus partes componentes. Y sobre todo, dilucidar cuáles son las leyes del pensamiento humano que nos permitan esclarecer cuáles son los procesos de interacción entre lenguaje y pensamiento, que por lo menos evoquen certidumbres consistentes sobre el incierto enigma de lo múltiple.

Ya desde mediaos del siglo XIX George Boole, después de realizar un análisis matemático de la lógica y observar su correlación con las leyes del pensamiento humano, llega a concluir que la matemática no es necesariamente una ciencia de la cantidad. El proyecto de Boole fue de carácter algebraico, posteriormente complementado y enriquecido entre otros por De Morgan, Jevons, Veen, Schröder y Peirce. Este proyecto de álgebra lógica tuvo una importante influencia en el desarrollo de la matemática y la lógica subsiguientes.

Se ha llegado a afirmar que "la matemática pura fue descubierta por Boole" [Russell, *apud* Couturat 1985, p.129] y que este pensador es el fundador del proyecto 'Logístico', dando lugar, debido a las aportaciones de Frege, Russell y Peano entre otros, a lo que hoy conocemos como 'Lógica Matemática'. Sin embargo también se puede afirmar que Boole es el iniciador de otra tradición a la que Ivor Grattan-Guinness denomina 'lógica algebraica', siendo esta lógica una modalidad del estudio entre el todo y la parte. En su artículo *Peirce: entre la lógica y la matemática*, Grattan-Guinness, establece las grandes diferencias entre ambas tradiciones colocando a Peirce dentro de la segunda [Grattan-Guinnes 1992, 55-72]. Empero, más allá de ello, Peirce enriquece y a la vez exhibe, a través de sus contribuciones, una ruptura con las concepciones de Boole y de De Morgan [Zalamea 1993, 392]. Lo que realiza Peirce es una 'transfiguración dinámica de la lógica' [Mier 2006, 71-98; consultar también Zalamea 2006, 1-164] ya que sus ideas sobre la lógica y la matemática nunca estuvieron desvinculadas de su sistema filosófico y de su 'semiótica', en la que todo proceso de conocimiento es un proceso de semiosis, cuyo despliegue transita de la multiplicidad a la unidad.

De igual manera, con Peirce, el desarrollo algebraico de los más diversos procesos suscita una relevancia que está mucho más allá de la mera creación de símbolos establecidos de modo convencional, con vista a la producción de un tinglado estructural de carácter formalista. El signo *algebraico* entraña una profundidad que trasciende el contenido de la mera elaboración de un cálculo de naturaleza simbólico-formal. Más allá de ello, un signo *algebraico* es un esquema conceptual de sentido, que proporciona un régimen de inteligibilidad y esclarecimiento, que permite hacer visible lo que una mera combinación y manipulación de símbolos nos oculta [De Lorenzo1994, 235-254]. "La utilidad de las fórmulas algebraicas consiste precisamente en esa capacidad de develar verdades imprevistas" [Peirce 1895, *Apud* Zalamea 1994].

Esta cualidad consustancial de los entramados algebraicos, nos permite establecer que los esquemas especialmente producidos por la matemática tienen una semántica interna que trasciende cualquier simple reducción a la lógica formal. La matemática es 'un pensamiento singular', en donde "no basta con pensar en términos generales sino que también es necesario HACER algo" [Peirce 1902]. Es un pensamiento en permanente labor constructiva y la naturaleza de su despliegue excede cualquier posible reducción a una 'situación de lengua simbólico-formal'. Es decir, ningún lenguaje formal es suficiente para dar cuenta en su totalidad de la 'naturaleza del hacer matemático', ya que es su carácter 'diagramático' lo que articula manifiestamente su propia lógica interna.

El diagrama es por sí mismo una organización, una red de segmentos orientados relacionalmente entre puntos (comprendidos como lugares abstractos) por decirlo así, en estado puro, sin proponer *a priori* más que eso, sin descansar en ningún sustrato semántico adicional, es decir, sin apoyarse "en ningún saber técnico por el cual haya que transitar para hacer conocer el objeto como simple dato organizacional, por ejemplo, las estructuras matemáticas (grupos, anillos, topologías, variedades, espacios de Riemann, etc.), ya se trate de las axiomáticas de esas estructuras, sus teorías o modelos subsumidas por estas, sólo son, en definitiva, organizaciones, presentables de manera puramente diagramática" [Guitart 2003, 123].

Este carácter eidético, noémico y diagramático de las matemáticas, que no está en discordancia con un despliegue axiomático constructivo, nos permite obtener un plausible grado de claridad y precisión, en la elaboración de una teoría de carácter semántico y semiótico de los objetos matemáticos:

> Todo signo posee, al menos, dos sentidos o contenidos. Uno eidético; otro, operacional. Dentro de un sistema, un signo 'significa', designa algo; todo sistema lo es porque sus signos poseen una carga semántica interior, ya que cuando se utiliza el signo es para comunicar algo a alguien, y el contenido de esta comunicación es, precisamente, el contenido eidético del signo. Por otro lado, un signo posee sentido operacional, en el sentido de que se sabe cómo puede ser utilizado". [De Lorenzo 1989, 186]

> El sentido operatorio de un signo resulta de las relaciones y de las reglas sintácticas existentes en una lengua y que establecen cómo los signos se combinan en expresiones, y cómo pueden ser modificadas. El sentido eidético resulta de las reglas de significación y de determinación que establecen las relaciones existentes en una lengua entre los signos y los conceptos y los objetos representados por tales conceptos [Klaus 1969, 92 *apud* Rastier 2005, 29]

> El noema es un rasgo de sentido establecido independientemente de toda lengua natural, dicho término fue empleado por Husserl con diversas acepciones. La noémica no es aún sino programática, pero algunos sectores de la topología permiten investigaciones prometedoras (…) el metalenguaje de la geometría (y su expresión gráfica) bien podría revelarse incomparablemente más adecuado que el de la lógica formal para representar el nivel noémico" [Rastier 2005, 19-45; Consultar también Petitot 1995, 741-763]

> La carencia de contenido eidético en el desarrollo de un cálculo formal se ha exagerado, queriendo ver en el método formalista, por ejemplo, un mero juego de signos del tipo del ajedrez -con el que se ha comparado constantemente-, en el cual lo que importa, a parte de las fichas y de su posición inicial, son la reglas del juego y su manejo. Sin embargo, el Cálculo formal que construye el matemático, se realiza teniendo en cuenta una ulterior realización y no por el exclusivo placer del juego formal. [De Lorenzo 1989, 189]

> El Hacer matemático es algo más que lenguaje: requiere del lenguaje pero no se resuelve en el lenguaje [De Lorenzo 2000 *Apud* Zalamea 2007, 11]. Es la percepción de analogías entre estructuras al parecer distintas uno de los principios fundamentales de la invención matemática [De Lorenzo 1989, 32]

Empero, ¿Cuál es el trayecto por el que debe transitar la matemática como labor creativa?

Como seguramente rubricaría Poincaré: 'no se puede hacer matemática sin designar tan pronto objetos distintos con una misma letra como un mismo objeto con muchas letras' [Guitart 2003, 66].[1] En múltiples ocasiones Poincaré recalcó el importante papel que juega la intuición. Sin embargo, no es esa 'intuición' de la que a todos los matemáticos nos han enseñado a desconfiar, esa que se ampara en las diversas modalidades del sentido común y que de acuerdo a Hans Hahn resulta ser sumamente engañosa [Hahn 1974, 208-213]. No, la intuición de la que nos habla Poincaré es de raigambre más profunda; la califica como un "sentimiento delicado y difícil de definir" [Poincaré 1974, 14-17] que suscita una 'afección a la sensibilidad' y que está amparada por un fondo vital. Este sentimiento, más que una certeza del reino de la apariencia es una sospecha de claridad, 'certidumbre de lo incierto' que está buscando forma a través del razonamiento preciso y riguroso, es un "sentimiento de belleza" que está buscando aflorar a través de la consolidación de "armonías y relaciones escondidas".

Está dimensión estética redefine el papel de la memoria, ya que más allá de ser un mero registro informativo del intelecto es una huella de la presencia, la memoria resulta ser el reconocimiento de lo singular a partir de una inscripción de patrones disueltos, combinados sin orden aparente. La memoria más que recordar construye, funda, evoca, sintetiza el entreverado tejido de lo múltiple en un súbito golpe de claridad. Lucidez atrapada en un puño, que para que no escape como agua entre los dedos es preciso un esfuerzo decidido de la voluntad. El trabajo conciente y reiterado suministra el 'contenido de la experiencia', superficie de fondo que posibilita la articulación de los elementos del inconsciente. El yo conciente y el yo subliminal trabajan para producir ese proceso de síntesis al que llamamos significación, "las buenas combinaciones", que serán el producto de la labor creativa. Para Poincaré es fundamental esta continuidad extensiva entre el trabajo conciente y el inconsciente; en el terreno de lo inconsciente la presencia se agudiza, posee "tacto y delicadeza" siendo portadora de "Inspiraciones súbitas"; en el terreno de lo inconsciente el yo subliminal discierne y domestica, armoniza un conjunto heterogéneo de fuerzas ocultas, dejándolas a merced del poder unificador del campo de la conciencia.

La concepción de todo este proceso de conocimiento es algo muy parecido a lo que para Peirce es la Semiosis, ya que todo proceso de

1. Henri Poincaré parafraseado por R. Guitart

conocimiento transita (en líneas muy generales) [Ver Peirce 1867] “de la multiplicidad a la unidad”, de la multitud de impresiones de los sentidos a la unidad del concepto, a través del establecimiento de una ley. El paralelismo entre estos dos pensadores puede quedar manifiesto al leer en el texto de Poincaré las siguientes palabras:

> *Por lo general, los fenómenos inconscientes privilegiados, los susceptibles de convertirse en conscientes, son los que directa o indirectamente afectan más profundamente nuestra sensibilidad.*
>
> *Puede extrañar el ver apelar a la sensibilidad a propósito de demostraciones matemáticas que, parece no pueden interesar más que a la inteligencia. Esto sería olvidar el sentimiento de belleza matemática, de la armonía de los números y las formas, de la elegancia geométrica. Todos los verdaderos matemáticos conocen este sentimiento estético real. Y ciertamente esto pertenece a la sensibilidad. Ahora bien, ¿cuáles son los entes matemáticos a los que atribuimos estas características de belleza y elegancia y que son susceptibles de desarrollar en nosotros un sentimiento de emoción estética? Son aquellos cuyos elementos están dispuestos armoniosamente, de forma que la mente pueda sin esfuerzo abrazar todo el conjunto penetrando en sus detalles. Esta armonía es a la vez una satisfacción para nuestras necesidades estéticas y una ayuda para la mente, a la que sostiene y guía. Y al mismo tiempo, al colocar ante nuestros ojos un conjunto bien ordenado, nos hace presentir una ley matemática... Así, pues, es esta sensibilidad estética especial la que juega el papel de criba delicada de la que hablé antes. Esto permite comprender suficientemente por qué quien no la posee no será nunca un verdadero creador.* [Poincaré 1974, 17]

Empero, este recorrido hacia la conformación de una ley matemática, no es el único recorrido que realiza un matemático en su labor creativa, también realiza el recorrido inverso, es decir, a partir de las leyes matemáticas y del trabajo conciente, el matemático da lugar a lo inédito a través de la ruptura de una trama simbólica, o sea, reconfigura los contenidos del saber ofreciendo una mirada renovada desde nuevas perspectivas, desentraña nuevos objetos, descubriendo nuevas combinaciones de los objetos convencionales, esta subversión de lo habitual perfila al matemático como verdadero creador, proyectándolo más allá que el mero reproductor de la teoría aprendida. La creación matemática trasciende el mero contenido receptivo por muy luminoso que este sea, de ahí la cadena de desasosiegos e incertidumbres que el acto de creación genera. Henri Poincaré nos hace asequible, tanto a matemáticos como a no matemáticos, el contenido profundo del despliegue de lo matemático. La actividad matemática figurada por Poincaré tiene matices llenos de colorido y belleza.

El matemático trabaja con rigor en una atmósfera llena de equilibrios y despliegues vertiginosos,[2] sin embargo, ¿Podemos declarar la naturaleza de 'la verdad matemática', sin trastocarla por los efectos del lenguaje?

O por el contrario ¿Basta con el despliegue de su propia inmanencia que dicha verdad da testimonio de su consistencia? Pronunciarse al respecto es una tarea extremadamente difícil, y no nos queda más que tomar partido por alguna de las posibles propuestas. Es así como por ejemplo Carl G. Hempel, con una firme convicción y un gran esfuerzo de claridad [Hempel 1997, 7-22] nos lleva de la mano a través de un recorrido panorámico, pero no por ello falto de rigor analítico, a desbrozar los diversos posibles equívocos, que las más variadas opiniones sobre la verdad matemática han suscitado. Este ejercicio es acompañado por una minuciosa argumentación, que tiene por objetivo delimitar la naturaleza de 'las proposiciones del sistema de la matemática', entendiendo por 'matemática' sólo la aritmética, el álgebra y el análisis; todo ello encaminado a dar sustento a su tesis principal: "La matemática es una rama de la lógica" (*tesis logicista respecto de la naturaleza de la matemática*).

Esta propuesta tiene por objetivo enmarcar la naturaleza de la verdad matemática dentro del terreno de la matemática misma, siempre y cuando se conciba a la matemática como una rama de la lógica. Esto permite poder transformar los postulados de la 'matemática', que no son en si mismos ni verdaderos ni falsos, en enunciados de la lógica; es decir, al poder traducir, 'los esquemas especialmente producidos por la matemática' a 'situaciones de lengua simbólico-formal' se pretende una clara inteligibilidad sobre la validez de dichos esquemas.

Sin embargo, según otras propuestas,[3] la matemática es algo mucho más complejo de lo que la 'tesis logicista' sostiene, y es algo muy distinto que una simple rama de la lógica. De ahí que podamos inferir que no es una simple casualidad que Hempel excluya a la geometría cuando se refiere a la 'matemática', ya que es su carácter 'diagramático' (aún, a pesar de que sea posible traducir toda figura a expresiones algebraicas) lo que articula su propia lógica interna.[4] Es decir, que para

2. "Entre el equilibrio y el vértigo, la matemática ha sido muy diversamente vista como ciencia y arte, pero, en cualquiera de los dos casos, se ha reconocido su alto contenido estético. Como configuraciones de cánones científicos que permiten ordenar lo real, la coherencia y la armonía de la matemática han llamado siempre la atención de los grandes artistas". [Zalamea 2006, 8]
3. Como ya hemos mencionado, las sustentadas por De Lorenzo, Zalamea, Peirce, Poincaré, Guitar, Badiou, entre otros.
4. El interés propio del diagrama como objeto matemático es, que todo objeto matemático se remite a él, se reduce a él en teoría. Cualquier teoría admite una presentación diagramática, y eso de tal suerte que todo modelo de esa teoría sea otro diagrama coordinado con el primero. Toda prueba es un diagrama, una arborescencia, que articula fórmulas (también diagramas por su parte). Todo cálculo es un diagrama, y también toda figura geométrica [Guitart 2003, 125]

producir conocimiento certero, es suficiente con la propia labor productiva del pensamiento, nuestra natural capacidad de razonar: "del mismo modo que para hablar no es necesario conocer la teoría de la formación de la vocales, así tampoco es necesario para razonar poseer la teoría del razonamiento" [Peirce 1902].

De este modo la matemática puede ser diferenciada de la lógica,[5] y la 'naturaleza de su verdad' es producto de su propia 'evidencia'. Decir esto es algo muy distinto a declarar las verdades matemáticas como 'autoevidentes'. Ya que la evidencia a la que se hace referencia es producto de un develamiento, es el esclarecimiento de lo que se encuentra en permanente opacidad, es un proceso de descubrimiento, un proceso de exhibición permanente de lo que se encontraba oculto, evidenciar para exhibir una verdad. Esto (entre otras muchas cosas más) sitúa a la matemática como "*la ciencia que **obtiene** conclusiones necesarias*":

> *El matemático y filósofo Richard Dedekind sostiene que la matemática es una rama de la lógica. Esto no resulta de la definición de mi padre, la cual significa no que la matemática sea la ciencia de la **obtención** de conclusiones necesarias- lo cual sería una definición de la lógica deductiva-, sino la ciencia que **obtiene** conclusiones necesarias. Es evidente y puedo dar fe de ello como testigo, que él tenía presente esta distinción […]*
>
> *Yo afirmo que el razonamiento matemático verdadero es de evidencia tan superior a la que puede cualquier doctrina de la lógica propiamente dicha- sin ese razonamiento- que la apelación de la matemática a la lógica no haría más que oscurecer la situación. Por el contrario, las dificultades que pueden surgir a propósito del razonamiento necesario deben ser resueltas por el lógico mediante su reducción a cuestiones de matemática. Y, como veremos claramente, es el lógico el que tiene que basarse en estos 'dicta' matemáticos.* [Peirce 1902].

En este sentido, el desarrollo configurativo de un entramado matemático es un proceso de semiosis, cuyo despliegue transita de la multiplicidad a la unidad, a través de un proceso relacional y apegado a un conjunto de regularidades.

Será por ello que tomaré como eje articulador las tres categorías peirceanas, y las propuestas teóricas de Javier de Lorenzo y Fernando Zalamea, Alain Badiou y René Guitart, Henri Poincaré y Charles S. Peirce, para tratar de establecer, al menos, un mínimo umbral de validez, que articule algunos de los elementos constitutivos de dicha progresión semiótica en el ámbito de la geometría sintética configuracional.

5. "[…] es muy posible, acaso sea lo mejor, practicar ciclismo sin conocer las leyes de la mecánica, o hacer matemática sin conocer la lógica o los problemas de fundamento. Como observa Peirce, muchos matemáticos son lógicos sólo por ingenuidad, por imitación bien conducida de modos de razonamiento que funcionaron antes de ellos, y también sin saber de qué hablan" [Guitart 2003, 17]

Primeridad.

Desde una perspectiva fenomenológica es posible concebir a un entramado matemático, en primera instancia, como una multiplicidad, potencialmente infinita, de entidades puestas en situación sin más ordenamiento que el de las posibles trazas de sus manifestaciones. En este primer momento nos encontramos ante un entramado totalmente heterogéneo, cuyo advenimiento procede de todas partes, es una multiplicidad inconsistente, una 'situación', lugar potencial de todo acontecer, sin mayor poder denotativo que el de su propia mismidad: "el lugar del tener-lugar cualesquiera sean los términos de la multiplicidad implicada" [Badiou 1999, 34].[6]

En este 'espacio' todo objeto matemático es considerado como una posibilidad positiva simple,[7] indiferenciada totalmente de la 'situación' que le da abrigo.

Es debido a la intervención del matemático, que el 'texto matemático'[8] comienza a ser configurado a través de una primera demarcación fundante, "designación que señala un vacío, una mera virtualidad de sentido" [Flores 1991, 112].

Desde este punto de vista, el entramado (texto matemático en ciernes) es un 'no- no lugar', es la postulación de la existencia positiva de una entidad semiótica, de la que sólo puede formularse la hipótesis de que a través de un proceso de construcción relacional, es posible concebirlo como unidad de sentido.

Es decir, el texto matemático es susceptible de ser concebido por medio de una 'analítica fundante contextual', a partir, como lo postula Hjelmslev, inclusive desde "el todo sin analizar" [Hjelmslev 1974, 51].

Segundidad

Es en un plano segundo cuando realmente se comienza a hacer texto; es decir, a través de un mecanismo de discernimiento existencial, el entramado matemático comienza a configurarse como una entidad relacional "construyendo el objeto al momento de designarlo" [Flores

6. Una concepción situacional de la Teoría de Conjuntos (ZFC) con profundas repercusiones ontológicas puede encontrarse en esta obra.
7. "[...] la impresión total no analizada que produce cualquier multiplicidad no pensada como un hecho real, sino simplemente como una cualidad, como una simple posibilidad positiva de aparición, es una idea de primeridad" [Peirce, 1904]
8. Entiendo por 'texto matemático' lo que Javier de Lorenzo ha denominado construcción ideogramática, que más allá de visualizarse como un simple objeto en sí, es "acción potencial intencional constructiva", que en su conformación genera propiedades de diversa índole, siendo justamente la intervención del matemático la que posibilitará actualizar esa "potencial intencionalidad intrínseca". [De Lorenzo 1994, 235-254]

1991, 111]. Esta designación es la que posibilitará dar a las entidades sometidas a indagación calidad de existentes dentro del texto matemático. Será en este proceso relacional donde los objetos ocupan una posición definida con respecto al texto y entre ellos mismos. Cada objeto, entonces, toma una localización definida dentro de la 'situación' y con respecto a todos los demás objetos inmersos en ésta.

Postular una existencia implica, en tal caso, la distinción de un objeto con respecto a los de su misma especie, a través de la designación de una 'membresía'.

De lo anterior se desprende que en este contexto, un objeto matemático no es una entidad definible apriorísticamente, sino un objeto que se construye a través de un proceso de configuración.

Pongamos un ejemplo para afianzar ideas:

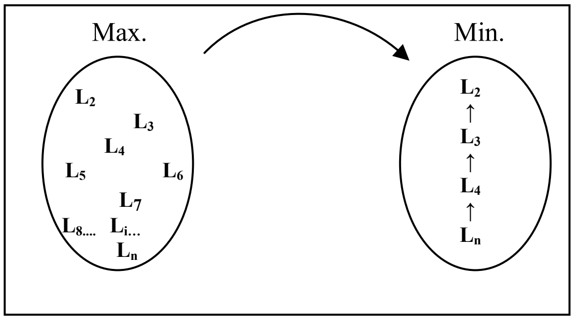
Ejemplo 1.

Sea *P* un conjunto de puntos en el plano que cumple lo siguiente: Para cada entero k= 2, 3,…, n existe una recta l_k que contiene exactamente k puntos de *P*.

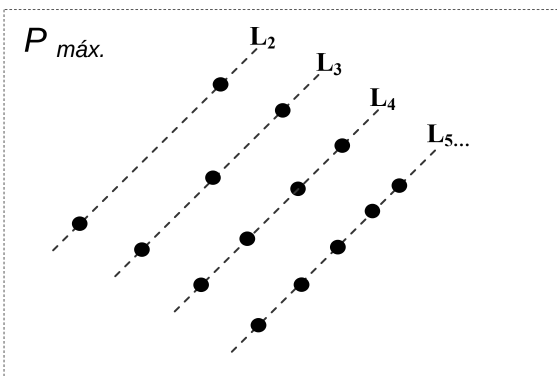
¿Cuál es el mínimo número de elementos que puede tener un conjunto *P* que cumple lo anterior?

En primera instancia el problema se nos presenta como un ámbito potencial. Posibilidad positiva simple, de la cual solo podemos extraer la *situación abstracta P*

Conforme vamos razonando el problema advertimos que se trata de una configuración de puntos y rectas, las rectas forman un "texto matemático", que determina el número de puntos del conjunto *P*. Es decir, es debido a la disposición de cada una de las rectas que el conjunto de puntos quedará configurado. Además sabemos que hay una configuración máxima y una configuración mínima, debido a que para cada instancia de k el problema tiene un número finito de objetos, por lo tanto, se genera una división paradigmática entre dos situaciones límite: en una, la distribución de los objetos es totalmente independiente, y en la otra la distribución es totalmente dependiente. La división paradigmática planteada da lugar a lo que Hjelmslev denomina 'sistema'. Este sistema estará delimitado por las situaciones límite máxima y mínima ya descritas; ambas situaciones son los 'horizontes posibles' de toda configuración de puntos en el problema. En un extremo se configura una progresión expresamente 'cardinal' formando una 'constelación' de 'autonomías'. En el otro extremo se configura una progresión de carácter 'ordinal conexo' y las ordenaciones dependen totalmente unas de otras.[9]



Geométricamente la configuración cardinal se presenta de este modo:

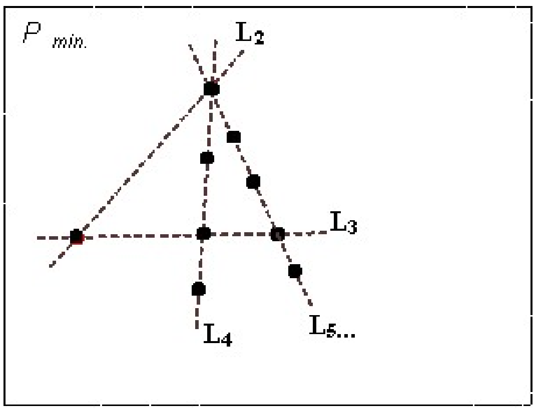


Sin pérdida de generalidad podemos concebir todas las rectas ordenadas paralelamente, y la suma de puntos es máxima. Si las rectas se

9. Entiendo por despliegue cardinal una progresión semiótica de carácter discreto a la que Hjelmslev ha denominado 'constelación'; y por despliegue 'ordinal conexo' una progresión semiótica que queda enmarcada en lo que Vigo Brondal ha denominado 'especies de relación': "Una relación serial es asimétrica, transitiva y conexa, en otras palabras una serie presupone siempre dirección o unilateralidad, extensión o continuidad y encadenamiento o campo". [Brondal 1950, 29 *apud* Zilberberg, 1995, 157-213]

intersectan, el número de puntos disminuye hasta llegar a una configuración optima, en la que el número de puntos alcanza un mínimo.

Entre ambas delimitaciones se encuentran las disposiciones composicionales de todas las posibles configuraciones de rectas, cada arreglo composicional es un 'proceso' que media entre ambos límites, y puede coincidir o no con alguno de ellos. Entre ambos extremos existe una gradación en las que imperan en mayor o menor medida procesos de síntesis composicional. En el extremo cardinal impera la mera aditividad entre elementos disjuntos, en el extremo ordinal conexo imperan procesos más refinados en los que la aditividad está supeditada a la ordenación composicional óptima.



Podemos así desplegar una semántica signica de objetos matemáticos en la que la semanticidad de la configuración entera depende de la disposición composicional de cada una de sus partes. Así, obtenemos procesos de composicionalidad cada vez más refinados. A partir de una llana aditividad vamos creando (trastocando la configuración inicial) arreglos composicionales con un mayor poder de síntesis.

Terceridad

Sin embargo el matemático no opera de manera mecánica en la construcción de cada una de las configuraciones. El matemático construye dichos arreglos tratando de obtener conjuntos de regularidades, reglas de comportamiento, esquemas de comprensión, trata de encontrar las leyes generales que rigen la totalidad de las configuraciones. Todo esto lo logra a través de diversos procesos de traducción de signos. De esta manera, por ejemplo, en la configuración máxima podemos observar que:

Para:
k = 2 C(2)= 2
k = 3 C(3) = 5 = 2+3
k = 4 C(4) = 9 = 2+3+4
k = 5 C(5) = 14 = 2+3+4+5
k = 6 C(6) = 20 = 2+3+4+5+6
k = 7 C(7) = 27 = 2+3+4+5+6+7
(…)

$$C(k) = \frac{k(k+1)}{2} - 1$$

En tanto que para la configuración mínima obtenemos:

Para:
k = 2 C(2) = 2
k = 3 C(3) = 4 = 1+3
k = 4 C(4) = 6 = 2+4
k = 5 C(5) = 9 = 1+3+5
k = 6 C(6) = 12 = 2+4+6
k = 7 C(7) = 16 = 1+3+5+7
(…)

$$C(k) = \begin{cases} \dfrac{K^2+2K}{4} & , \text{k par} \\ \dfrac{(K+1)^2}{4} & , \text{k impar} \end{cases}$$

Ambas expresiones finales son esquemas conceptuales de sentido que dan cuenta de manera global de todos los arreglos de ambas configuraciones límite. Nuevamente, desde un punto de vista semántico referencial, serían expresiones abiertas que son saturadas al dar un valor fijo de n. Pero desde un punto de vista peirceano son expresiones producto de un proceso de semiosis. Modalidades signicas, cuyos procesos de configuración obedecen a una ley de comportamiento. Relaciones escondidas que el matemático hace visibles en un proceso de labor creativa.[10]

10. "La notación algebraica, de esta manera, no surge como mero formalismo o regla de cálculo con fines prácticos, sino como notación ideogramática con dos objetivos: mantener la intuición constructiva y universalizar […] de esta forma, el ideograma algebraico no es sólo representación de otros ideogramas previos sino que muestra, como en el caso geométrico, su elemento constitutivo de ser una intencionalidad potencial de acción" [De Lorenzo 1994, 245]

Es así, como las diversas formalizaciones de un entramado matemático pueden estar en concordancia con un despliegue diagramático constructivo.

-- Sea l_k un conjunto de puntos en el plano con cardinalidad k.

Decimos que l_k es k-conectable si para los k puntos del conjunto existe una recta que los contiene.

De esta manera, podemos visualizar nuestro problema de configuración de puntos como un texto matemático de conjuntos k-conectables, en donde nuestro conjunto *P* será la unión de k-1 conjuntos k-conectables.

Sean $l_{k'}$ y $l_{k''}$ dos de tales conjuntos.

Decimos que $l_{k''}$ *presupone* $l_{k'}$, si y sólo si k”> k’ y para todo punto “u” perteneciente a $l_{k''}$ y para todo punto “v” perteneciente a $l_{k'}$, existe una trayectoria dirigida que emplea los puntos y las rectas de nuestro texto y va de “u” a “v”.

i.e. $l_{k'} \ll l_{k''}$ ***Si y sólo si*** $v \hookleftarrow u;\ \forall u \in l_{k''}, \forall v \in l_{k'}$

E iniciamos la configuración del Texto a partir del siguiente enunciado:

$$\forall\, l_{k'} \forall\, l_{k''}\ [(l_{k'} \ll l_{k''}) \rightarrow (l_{k'} \subseteq \mathfrak{I} \wedge l_{k''} \subseteq \mathfrak{I})]$$

“Si para todo par de conjuntos k-conectables, podemos establecer que están relacionados presuposicionalmente, entonces sus elementos (cada uno de los puntos de los conjuntos) pertenecen al texto matemático.”

Cabe hacer notar que el anterior enunciado es un enunciado condicional, por consiguiente, aunque el antecedente sea falso, la implicación será verdadera. Es decir, aunque los conjuntos k-conectables no estén relacionados presuposicionalmente serán subconjuntos de $\mathfrak{I}$**,** y sus elementos pertenecerán, no obstante, al texto matemático. Con ello damos a los conjuntos k-conectables y a sus puntos pertenecientes calidad de existentes, pasando de ser entidades “inmersas” en una *situación*, a entidades pertenecientes a un texto matemático. Lo que en el fondo genera el enunciado, resulta ser una *“membresía”*.

Sin embargo, no es una "membresía ociosa", ya que funda una división paradigmática entre dos situaciones límite: en una, la distribución de los conjuntos K-conectables es totalmente independiente, y en la otra la distribución es totalmente dependiente. En uno de los extremos, los conjuntos K-conectables se inscriben en el texto matemático con plena independencia unos de otros; en el otro de los extremos, los conjuntos K-conectables son articulados por la presuposición de manera total, resultando totalmente dependientes unos de otros.

En efecto, si resulta ser verdadero que todo par de conjuntos consecutivos k-conectables está articulado por la presuposición, entonces todos ellos formarán un 'orden total'. Si ningún par de conjuntos resulta articulado por la presuposición, entonces formarán un texto de conjuntos k-conectables disjuntos dos a dos.

Así, podemos observar que nuestra configuración de puntos mínima está regida por un carácter constructivo de carácter presuposicional, y nuestra configuración máxima carece de tal principio relacional de articulación. Asimismo en nuestra configuración mínima cada conjunto l_{k+1} es condición suficiente para asegurar la existencia de un conjunto l_k, y cada conjunto l_k es condición necesaria para la existencia de un conjunto l_{k+1}. La articulación presuposicional nos permite visualizar la existencia de un proceso constructivo de secuencialidad relacional, en donde cada paso en la conformación del texto dependerá de los diversos procesos previos en la configuración. Entonces, en el trazo de la k-esima recta deberán ser tomadas en cuenta las k-1 configuraciones previas en un despliegue recursivo de carácter ordinal conexo.

Sea $P_k = l_2 \cup l_3 \cup \ldots \cup l_K$

Sea $\{\otimes_k\}$ el conjunto unitario producto de la intersección entre l_k y l_{k-1} i.e.

$[l_k \cap l_{k-1}] = \{\otimes_k\}$, donde $k \geq 3$; entonces $P_K = \{p_1, p_2, p_3, \ldots, p_{K-1}, \otimes_k\} \cup P_{K-1}$

Como l_k *presupone* l_{k-1}, entonces existen trayectorias dirigidas que conectan a cualquier punto de l_k con cualquier punto de l_{k-1}. En particular, existe una trayectoria dirigida que va de $\{\otimes_k\}$ a $\{\otimes_{k-1}\}$ para toda $k \geq 3$.

Entonces podemos decir que $\{\otimes_k\}$ es condición suficiente para asegurar la existencia de $\{\otimes_{k-1}\}$, y $\{\otimes_{k-1}\}$ es condición necesaria para $\{\otimes_k\}$.

Por lo tanto podemos definir la relación de presuposición entre puntos de intersección de la siguiente forma:

Decimos que:

$$\{\otimes_{k-1}\} \ll \{\otimes_k\} \text{ Si y sólo si } \{\otimes_{k-1}\} \hookleftarrow \{\otimes_k\} \text{ para toda } k \geq 3.$$

Si para cada conjunto P_K elegimos el unitario $\{\otimes_k\}$ como su representante, y a este último le asociaciamos un objeto al que llamaremos ordinal conexo, entonces:

A $\{\otimes_k\}$ le asociamos O_{k-2}.

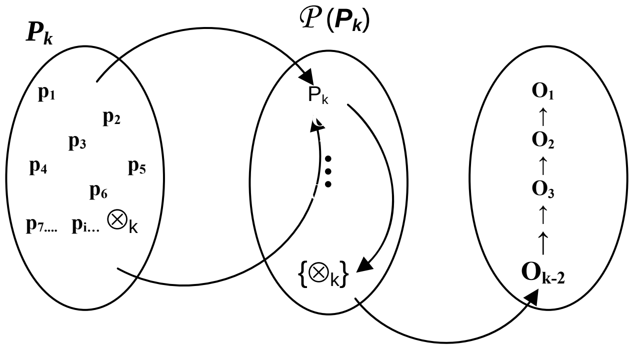
Así, $P_3 \to \{\otimes_3\} \to O_1$; $P_4 \to \{\otimes_4\} \to O_2; \ldots; P_k \to \{\otimes_k\} \to O_{k-2}$

Además podemos asociar una magnitud numérica a cada uno de los ordinales conexos, a la que llamaremos módulo:

Así, mód O_1 = card P_3 = 4; mód O_2 = card P_4= 6; mód O_3 = card P_5 = 9; mód O_4 = card P_6 = 12; mód O_5 = card P_7 = 16… etc.

De esta manera hemos asociado a cada punto de intersección de las rectas del Texto, un objeto que condensa y envuelve a todos los puntos de la configuración para un número k dado.

Diagramáticamente podemos visualizar todo el proceso de la siguiente forma:



Como $P_2 \subseteq P_3 \subseteq \ldots \subseteq P_{k-1} \subseteq P_k$ entonces P_{k-1} U $P_k = P_k$ para toda K
Entonces $\{\otimes_k\}$ *presupone* $\{\otimes_{k-1}\}$ Si y sólo si P_{k-1} es subconjunto de P_k.

i.e. $\{\otimes_{k-1}\}$ « $\{\otimes_k\}$ Si y sólo si $P_{k-1} \subseteq P_k$

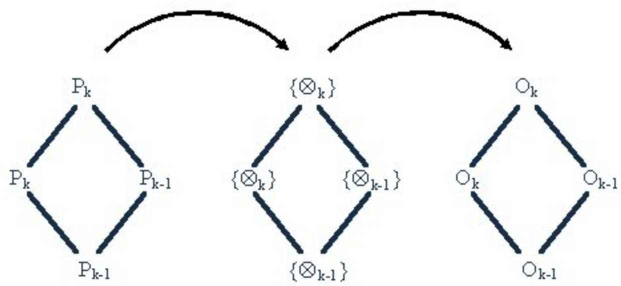
Y $\{\otimes_{k-1}\}$ **Ц** $\{\otimes_k\} = \{\otimes_K\}$ Si y sólo si P_{k-1} U $P_k = P_k$, para toda k.

Por lo tanto podemos definir la presuposición entre ordinales conexos en términos reticulares.

O_m « O_n ***si y sólo si*** O_m **Ц** O_n **=** O_n

"Un ordinal conexo cualquiera presupone a otro ordinal conexo cualquiera, si y sólo si, de la fusión de ambos obtenemos el primer ordinal conexo"

Diagramáticamente:



A través de un proceso constructivo configuracional "activo-reactivo", hemos obtenido un reglado estructural en donde se interrelacionan la parte con el todo, lo uno con lo múltiple, a través de procesos escalonados de representación [ver Zalamea 2006, 19-30].

El texto matemático resulta entretejido a partir de partes rectilíneas conjuntadas, a través de un proceso de discernimiento, para posteriormente diseminar unidades puntuales.

Analicemos problema desde este otro punto de vista:
Supongamos una situación de lengua en la que exista una regla de valoración de enunciados. La más habitual de tales normas es la distinción entre enunciado verídico y enunciado erróneo [Badiou 2003, 172-175]. Supongamos dos términos exhibidos cualesquiera, por ejemplo dos conjuntos K-conectables de nuestro texto, l_k y l_{k-1}. Consideremos ahora expresiones de la lengua que comporten dos lugares para términos. Supongamos, por ejemplo:

'y es mayor que x'; que podemos interpretar como 'l_k presupone l_{k-1}'.

Diremos que tal expresión *discierne* [*ibid*, 173] a l_k de l_{k-1} ya que el valor de la fórmula $\wp(l_k, l_{k-1})$ es distinto que el valor de la fórmula $\wp(l_{k-1}, l_k)$.

En efecto, si resulta ser verdadero que l_k presupone a l_{k-1}, la expresión:

'y es mayor que x', *discierne* a l_k de l_{k-1}, puesto que 'l_{k-1} presupone l_k' es falso.

Así la relación de presuposición entre conjuntos k-conectables es una relación de distinción existencial entre las partes que entretejen la totalidad de nuestro texto.

Tomemos ahora como dominio de partida el conjunto P_K. Sea P (P_K) el conjunto de las partes de P_K; entonces $L_K = \{l_2, l_3, \ldots, l_k\}$, será el conjunto de todos los conjuntos k-conectables que articulan nuestro texto y un subconjunto del conjunto de las partes de P_K. L_K es construido, a través de la expresión: 'y es mayor que x', que podemos interpretar como:
'l_{k+1} presupone l_i' ($i \leq k$). Además, se puede decir que la unión de L_k, U($\mathbf{L_K}$), conjunto de los elementos de los elementos de L_k, disemina, que dispersa sus elementos, y reúne enseguida esta dispersión en el conjunto P_k [ibid 281-282].

Ejemplo 2
Supongamos ahora que queremos calcular el número de subconjuntos de un conjunto *P* al que le pertenecen 'n' objetos, y queremos hacerlo dando argumentos puramente configuracionales.

Entonces podemos visualizar el problema como una configuración de puntos en el plano.

Nuevamente pongamos un ejemplo:

Sea *P* un conjunto con 6 elementos: $P = \{\perp, \#, +, x, *, \blacklozenge\}$

¿Cuál es el número de elementos del conjunto potencia de *P*?

De nuevo, en primera instancia el problema se nos presenta como un ámbito potencial. Una posibilidad positiva simple, de la cual solo podemos extraer una *situación abstracta* que eventualmente se convertirá en un texto matemático, que al ser sometido a diversas interpretaciones configuracionales nos permitirá determinar el número de elementos del conjunto P (P).

Conforme vamos razonando el problema, nos percatamos de la existencia de una entidad paradigmática a la que también denominaremos 'sistema', esta entidad está delimitada por los elementos más evidentes del conjunto P (P). El subconjunto de cardinalidad mínima (el conjunto vacío) y el subconjunto de cardinalidad máxima (el conjunto *P*):

$$\varnothing \longrightarrow \boldsymbol{P}$$

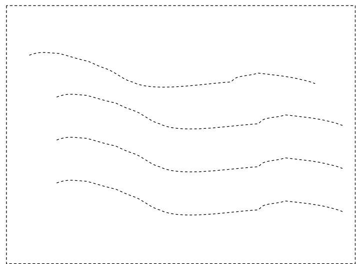
Entre ambos extremos se encuentran todas las configuraciones composicionales generadas por todos los subconjuntos de *P*. Todos los subconjuntos de 0, 1, 2, 3, 4, 5 y 6 elementos.

Diagramáticamente, podemos visualizar el problema como un texto formado por configuraciones de puntos en el plano.

1) De esta manera podemos visualizar nuestra configuración mínima de la siguiente forma:

∅

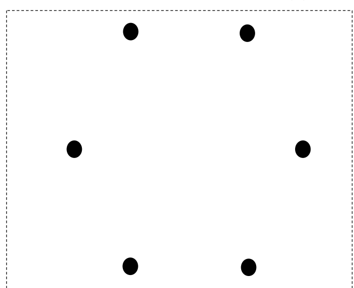
N(0)=1



2) Geométricamente la configuración de todos los subconjuntos unitarios se presenta de este modo:

{⊥}, {#}, {+}, {x}, {*}, {♦}

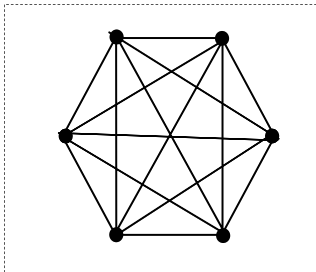
N(1)=6



Podemos representar a cada uno de los subconjuntos unitarios de *P* como un punto en el plano, así su número será igual a 6, i.e. N(1) = 6.

3) Si representamos a través de un segmento de recta la unión entre cualquier par de conjuntos unitarios, obtenemos la siguiente configuración:

$\{x\} \cup \{y\} = \{x, y\}$; N(2) = 15



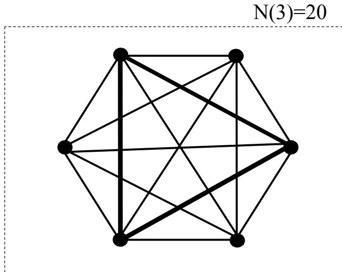
De esta forma calcular el número de subconjuntos de dos elementos equivale a contar el número segmentos de recta de la configuración:

Sabemos que cada uno de los puntos está conectado con cada uno de los 5 puntos restantes y cada uno de los segmentos de recta une 2 puntos, por lo tanto: $N(2) = \frac{6 \times 5}{2} = 15$.

4) Si a cada uno de los subconjuntos de dos elementos le unimos un conjunto unitario obtenemos cada uno de los subconjuntos con tres elementos. Esto es equivalente a relacionar cada una de las duplas, delimitadas por un segmento de recta, con un punto de la configuración. Entonces el problema equivale a contar el número de triángulos generados en la configuración; cada una de las duplas está asociada con 4 de los puntos restantes y cada triángulo está generado por tres duplas distintas. Por lo tanto: $N(3) = \frac{15 \times 4}{3} = 20$.

$\{x, y\} \cup \{z\} = \{x, y, z\}$;

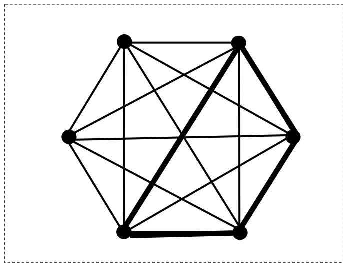
N(3)=20



5) Ahora bien, continuando con nuestro razonamiento, a cada uno de los triángulos le podemos asociar un cuarto punto. Y el problema de contar todos los subconjuntos de 4 elementos es equivalente a contar cada uno de los cuadriláteros generados por los triángulos:

$\{x, y, z\} \cup \{w\}= \{x ,y, z, w\}$

N(4)=15



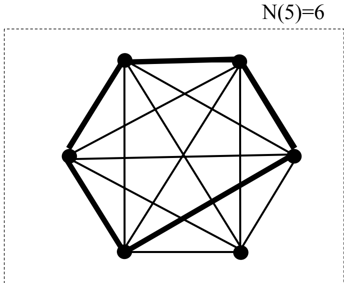
Cada cuadrilátero es generado por 4 triángulos distintos al asociarle a cada uno de ellos, uno de los 3 puntos restantes, por lo tanto:

$$N(4)= \frac{20\times 3}{4} = 15.$$

6) Si a cada uno de los cuadriláteros le asociamos un quinto punto, obtenemos pentágonos cuyo número corresponde al de todos los subconjuntos de 5 elementos del conjunto P, cada cuadrilátero está conectado con uno de los dos puntos restantes en la configuración y cada pentágono está generado por 5 cuadriláteros distintos, entonces necesariamente: $N(5) = \frac{15\times 2}{5} = 6$.

$\{x, y, z, w\} \cup s\}=\{x, y, z, w, s\}$

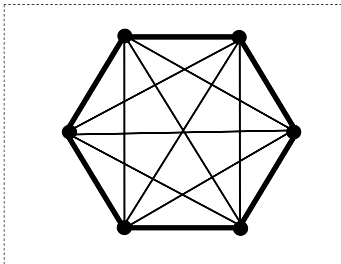
N(5)=6



7) Por último cada uno de los 6 pentágonos genera un único hexágono al conectarse con el sexto punto restante de la configuración, entonces el número de subconjuntos con 6 elementos es: $N(6) = \frac{6\times 1}{6} = 1$.

$\{x, y, z, w, s\}\cup\{t\} = \{x, y, z, w, s, t\}$

$N(6)=1$



Así pues, a partir de una misma configuración de puntos hemos obtenido diversos textos matemáticos que surgen de un proceso de interpretación signica. Obtenemos entonces: el texto vacío, el texto de los puntos, el texto de las rectas, el de los triángulos, cuadriláteros, pentágonos y hexágonos.

Asimismo, al sumar los correlatos numéricos de cada uno de los textos, obtenemos:

$$N(0) + N(1) + N(2) + N(3) + N(4) + N(5) + N(6) =$$

$$1+\frac{1\times 6}{1}+\frac{6\times 5}{2}+\frac{15\times 4}{3}+\frac{20\times 3}{4}+\frac{15\times 2}{5}+\frac{6\times 1}{6} =$$

$$1 + 6 + 15 + 20 + 15 + 6 + 1 =$$

$$\binom{6}{0}+\binom{6}{1}+\binom{6}{2}+\binom{6}{3}+\binom{6}{4}+\binom{6}{5}+\binom{6}{6} = (1 + 1)^6 = 2^6 = 64.$$

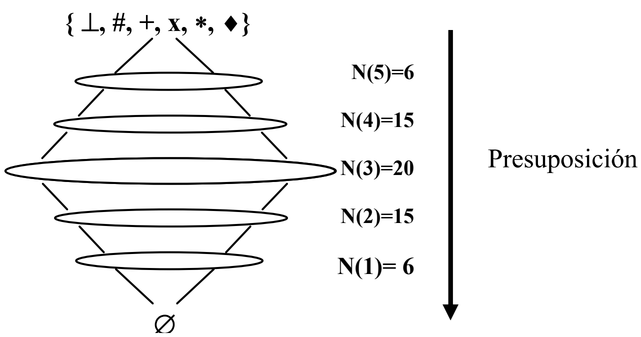
De esta manera podemos obtener una expresión general, de carácter recursivo, para números combinatorios:

$$\binom{n}{0} = 1;\ \binom{n}{k} = \frac{[n-(k-1)]\binom{n}{k-1}}{k} \Rightarrow \binom{n}{k+1} = \frac{[n-k]\binom{n}{k}}{k+1}$$

Nuevamente, el anterior esquema conceptual de sentido ha surgido de los diversos despliegues textuales de nuestra configuración de puntos.

En general, para un conjunto P con n elementos tendremos una configuración de n puntos en el plano que formarán un eneágono con n+1 despliegues textuales distintos. Cada despliegue textual presupone el despliegue textual anterior. Por lo tanto diremos que el despliegue textual $\mathcal{B}$ presupone el despliegue textual $\mathcal{A}$ Si y sólo si para todo conjunto B miembro de $\mathcal{B}$ existe un conjunto A miembro de $\mathcal{A}$, tal que A es subconjunto de B. i.e. $\mathcal{A}$ « $\mathcal{B}$ Si y sólo si $\forall B \; \exists A \mid A \subseteq B$.

De está manera podemos visualizar nuestro ejemplo como un retículo de 64 conjuntos repartidos en 7 niveles, jerarquizados a través de la relación de inclusión y de la relación de presuposición:



Más allá de la mera articulación de un simple tinglado estructural en donde el reglado reticular pareciera proveerse a sí mismo de su propio significado, <como si del mero juego gramático-combinatorio de la estructura emergiera su propia semántica, de acuerdo a un acoplamiento conforme sin mayor diferenciación entre expresión y contenido> el texto matemático se revela como una ‘red de identidades y diferencias’ producto de un quehacer diagramático, en donde el sujeto que lo construye e interpreta se manifiesta en acto. El quehacer matemático es un permanente actuar en labor constructiva: “Doble trabajo en ‘interoridad y ‘exteroridad’, cuyo primer aspecto apunta a la construcción, la elaboración en sí del espacio constituido por el diagrama, e interroga finalmente su fijeza, su origen, la legitimidad de su postulación, su fundabilidad, y cuyo segundo aspecto interroga su movilidad, su flexibilidad, su transformabilidad, la legitimidad de su uso, su funcionalidad” [Guitart 2003, 124]. Confección diagramática que comporta el despliegue topológico, ‘noémico’, de la envoltura; despliegue figurativo que articula la compacidad y conexidad, interioridad y exterioridad, delimitaciones y fronteras. ‘Matema’, “gracias a lo cual se descubre lo que está allí desde el inicio, a saber el diagrama y el sujeto como su descubridor" [Ibid], pero que sin embargo está siempre abierto para dar cuenta de lo no dicho, de lo que queda aún por explorar, de las múltiples interpretaciones textuales que el quehacer matemático está aún por construir y formular.

Bibliografía

ÁBREGO, Bernardo. 1997. "Problemas combinatorios sobre conjuntos finitos de puntos". *Aportaciones Matemáticas*. Serie comunicaciones **19**. México: Sociedad Matemática Mexicana.

ANDERSON, Ian. 2002. *Combinatorics of finite Sets*. New York: Dover

ARIZA, Miguel. 2003. "Hacia una formalización de la presuposición narrativa y su relación con la progresión ordinal y cardinal en el discurso histórico". *Tópicos del seminario* **10**: 175-208. Puebla: BUAP.

__________. 2007. "Teoría semántica y matemáticas". *Mathesis* **III** $\mathbf{2_1}$.

BADIOU, Alain. 1999. *El ser y el acontecimiento*. Buenos Aires: Manantial.

__________. 2002. *Condiciones*. México: Siglo XXI

BRONDAL, V. 1950. *Theorie des prepositions*, Copenhague: E. Munksgaard.

COUTURAT, Louis. 1985. "La filosofía de las matemáticas en Kant". *Mathesis* $\mathbf{1_1}$

DE LORENZO, Javier. 1989 *Introducción al estilo matemático*. Madrid: Tecnos.

__________. 1994. "El discurso matemático: ideograma y lenguaje natural". *Mathesis* **10**: 235-254

FLORES, Roberto. 1991. "Segmentación y Clausura del discurso". *Morphé*, **5**. Puebla: Universidad Autónoma de Puebla.

GUITART, René. 1999. *La pulsation mathématique*, París: L'Harmattan.

__________. 2003. *Evidencia y extrañeza. Matemática, psicoanálisis, Descartes y Freud.* Buenos Aires: Amorrortu.

GRATTAN-GUINNESS, Ivor. *1992*. "Peirce: entre la lógica y la matemática"*, Mathesis* $\mathbf{8_1}$: *55-72.*

HANH, Hans. 1974. "Geometría e intuición". en: Selecciones del Scientific American: *Matemáticas en el Mundo Moderno.* Madrid, Blume: 208- 213

HEMPEL, Carl G. 1997. "Sobre la naturaleza de la verdad matemática". en: James R. Newman (editor). *Sigma. El mundo de las matemáticas.* Vol. V. Barcelona: Grijalbo: 7-22.

HJELMSLEV, Louis. 1974. *Prolegómenos a una teoría del lenguaje.* Madrid: Gredos.

KLAUS, G. 1969. *Semiotik und Erkenntnistheorie* [Semiótica y teoría del reconocimiento]. Berlín.

MIER, Raymundo. 2006. "Charles S. Peirce: la semiosis y la transfiguración dinámica de la lógica", *Semiótica, lógica y conocimiento. Homenaje a Charles Sanders Peirce*. México: UACM: 71-98

PEIRCE, Charles S. 1867. 'Sobre una nueva lista de categorías'. http://www.unav.es/gep/

__________. 1895. "Que las proposiciones categóricas e hipotéticas son en esencia una". http://www.unav.es/gep/

__________. 1896. "La Lógica de las Matemáticas: Un intento de desarrollar mis categorías desde dentro". http://www.unav.es/gep/

__________. 1902. "La esencia de las Matemáticas". http://www.unav.es/gep/

__________. 1987. *Obra lógico Semiótica*. Madrid: Taurus

PETITOT, Jean. 1995. "Sheaf Mereology and Husserl Morphological Ontology". *International Journal of Human- Computer Studies*. **43**. Academic Press: 741-763

POINCARÉ, Henri. 1974. "La creación matemática". en: Selecciones del Scientific American. *Matemáticas en el Mundo Moderno*. Madrid: Blume: 14-17.

RASTIER, François. 2005. *Semántica Interpretativa*. México: Siglo XXI.

ZALAMEA, Fernando. 1993. "Una Jabalina lanzada hacia el futuro: anticipos y aportes de Charles S. Peirce a la lógica matemática del siglo XX". *Mathesis* $\mathbf{9}_4$: 391-404

__________. 1994. "La filosofía de Albert Lautman". *Mathesis* **10**: 273-289.

__________. 2006. "Signos Triádicos. Lógicas, literaturas, artes. Nueve cruces latinoamericanos". *Mathesis* **III** $\mathbf{1}_1$: 1-164.

__________. 2007. "Javier de Lorenzo: Por una filosofía dinámica de la praxis matemática". *Mathesis* **III** $\mathbf{2}_1$.

ZILBERBERG, Claude. 1995. "Observaciones a propósito de la profundidad del tiempo". *Morphé* **6-7**.