El “cinematógráfico del pensamiento”. Peirce y la naturaleza icónica de la lógica*

Javier Legris
CEF/CONICET y UBA, Argentina
e-mail: jlegris@retina.ar

Abstract

According to Peirce, icons are characterized not only by being similar to their objects, but also as by being manipulated in order to obtain information concerning their denotation. This characterization implies the visualization of signs and also actions on them. In this framework, deduction is the construction of an icon or diagram, whose relations correspond to some extent to the relations in the ‘object of thinking’.

Resumen

Para Peirce los íconos se caracterizan no sólo por ser similares a sus objetos, sino también por ser manipulados con el fin de extraer información acerca de estos. Esta caracterización implica la visualización de signos y también la relación de acciones sobre estos. En este marco, la deducción consiste en la construcción de un ícono o diagrama, cuyas relaciones corresponden a las existentes en el “objeto del pensamiento”.

----

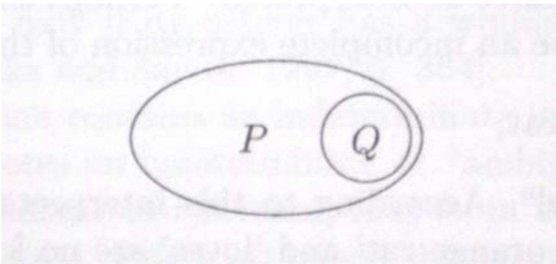
1. Los gráficos existenciales de Peirce

Peirce consideró a su lógica diagramática, los *gráficos existenciales*, como su obra maestra, su *chef d’oeuvre*, en lógica y en una carta a William James la caracteriza como la *lógica del futuro* (véase Roberts 1973, p. 11). Esta presentación *visual* de la lógica deductiva (i) era la más fiel a su pragmatismo filosófico, (ii) se enmarcaba claramente en su semiótica y (iii) se integraba con su concepción del conocimiento científico, en la que la deducción, la inducción y la abducción aparecían como los tres métodos básicos. Los gráficos peirceanos eran un “cinematógráfico” del pensamiento, esto es, eran “imágenes en movimiento (*moving pictures*) de la acción del pensamiento” (MS 296:6)/1/, y mediante ellos Peirce aspiraba a realizar una “disección” de los mecanismos del pensamiento deductivo. En este sentido, los gráficos obedecen a un objetivo diferente que los sistemas diagramáticos de la época como los de John Venn o Lewis Carroll, entre otros.

Peirce concibe sus gráficos existenciales después de dedicarse intensamente a la lógica simbólica. A partir de sus estudios sobre lógica de relaciones y al extender los resultados de Boole y sus contemporáneos, formuló uno de los prototipos de lo que conocemos ahora como lógica de primer orden. Los primeros trabajos lógicos de Peirce, aparecidos a partir de la década de 1860 siguen una perspectiva estrictamente algebraica. Simultáneamente Peirce desarrolló su *semiótica*, la lógica en un sentido muy amplio del término (véase CP 2.227), como una teoría general de los signos. Dividió esta teoría en tres grandes partes: (i) gramática especulativa, (ii) lógica crítica y (iii) retórica formal (CP 1.444, 2.093). La lógica deductiva en sentido estricto está incluida en la segunda de estas partes.

Los primeros trabajos sobre gráficos existenciales son elaborados prácticamente sobre el filo del siglo XX y los últimos son producidos en la década de 1910. Peirce desarrolló su sistema de gráficos existenciales "Alpha" para la lógica de conectivas y el sistema "Beta" para la cuantificación y la identidad, de modo que la lógica de primer orden está modelizada mediante diagramas. El sistema de gráficos "Gamma" se ocupa finalmente de lógica modal (en Hilpinen 2004, secc 5 se hace una presentación resumida; una exposición extensa se encuentra en Roberts 1973, una presentación con un enfoque más personal puede verse en Zalamea 2010).

Dicho muy sucintamente, los gráficos alpha parten de suponer una hoja en blanco, la *hoja de aseveración* sobre la que se inscriben letras de enunciado y también círculos o elipses, a los que Peirce llama "cortes". Todo enunciado que aparece en la hoja se afirma como verdadero (véase Peirce CP 4.421 y 4.431). Los cortes representan negaciones y dos o más enunciados inscriptos dentro un corte se interpretan como su conjunción. Con estos elementos se representan las funciones de verdad. Por ejemplo, un condicional "Si P entonces Q" como la negación de la conjunción de P y la negación de Q, lo que queda expresado por el gráfico siguiente:



(véase Peirce CP 4.378).

No es difícil concebir reglas de formación para estos gráficos. El vocabulario estaría dado letras de enunciado P, Q, R, S, etc. y los círculos o elipses, los *cortes*, presuponiendo la hoja de aseveración:

(1) Cualquiera de las letras P, Q, R, S, T, eventualmente con subíndices, inscriptas en la hoja de aseveración son gráficos Alpha.

(2) Si A_1, …, A_n son gráficos de Alpha dispuestos en la hoja de aseveración, entonces todos ellos conjuntamente son un gráfico Alpha.

(3) Si A es un gráfico de Alpha, entonces el corte de A es un gráfico Alpha.

(4) Sólo son gráficos los producidos por las cláusulas (1) – (3).

Así se obtiene una *definición recursiva* del concepto de *ser gráfico Alpha*.

El sistema también incluye una serie de reglas para realizar deducciones lógicas con los gráficos, que básicamente son reglas de inserción o borrado en la hoja de aseveración (véase CP 4.505-508). Estas reglas pueden formularse como las reglas de un cálculo formal, que requieren además especificar las áreas anidadas dentro de los cortes y la "hoja vacía". Como ejemplo, tenemos las tres siguientes, presentadas de un modo simplificado:

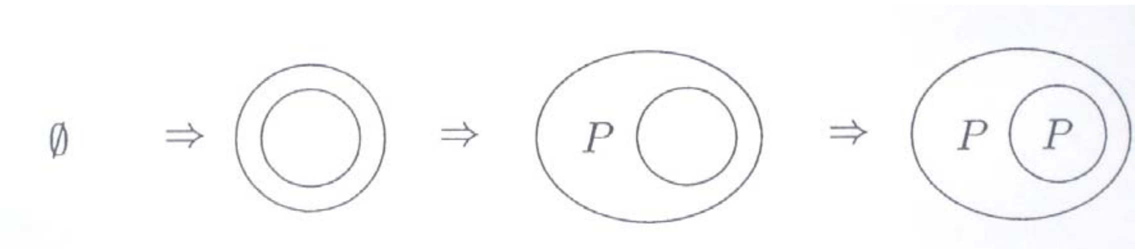
(R1) Regla de inserción: Dada un área con un número impar de cortes, puede insertarse cualquier gráfico.

(R2) Regla de iteración: Si un caso de un gráfico A aparece en un área, entonces puede insertarse otro caso de A en el área o en un área anidada en A.

(R3) Regla de doble corte: Dos cortes pueden ser inscriptos o removidos de cualquier gráfico, suponiéndose que ningún gráfico aparece entre ambos cortes.

Con reglas de este tipo puede definirse el concepto de *derivación en Alpha* de un gráfico (la conclusión) a partir de un número finito de gráficos (las premisas) como una sucesión de gráficos que parte de las premisas y llega a la conclusión y en el que los sucesivos gráficos diferentes de las premisas resultan de la aplicación de las reglas del sistema Alpha. Un *teorema en Alpha* será una derivación a partir de la hoja vacía.

La siguiente es una derivación de la ley lógica "Si P entonces P" como un teorema en el sistema Alpha a partir de la hoja de aseveración vacía que consta de cuatro pasos



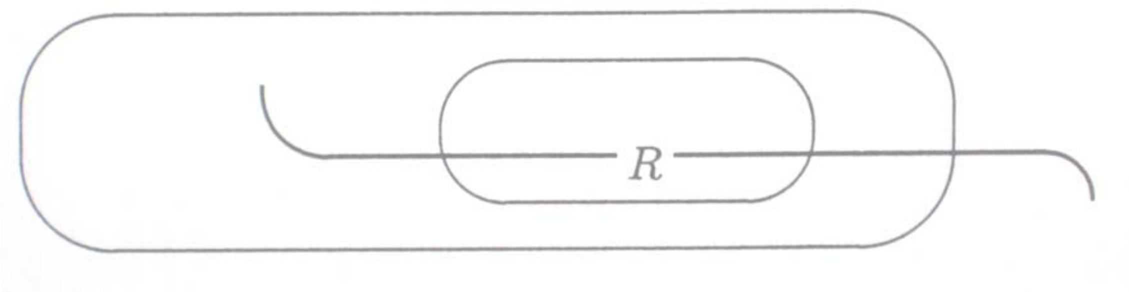
(véase Hilpinen 2004, p. 635). El símbolo ∅ representa aquí la hoja vacía y la doble flecha indica la aplicación de reglas. El segundo gráfico se obtiene del primero por (R3), el tercero resulta del segundo por (R1) y el último por (R2)./2/

Observando los sistemas diagramáticos existentes, parece viable clasificarlos en dos grandes grupos: de un lado, aquellos en los que la conclusión queda diagramada al diagramar las premisas y, de otro lado, aquellos en los que los diagramas correspondientes a las premisas requieren ser transformados mediante reglas a fin de obtener la conclusión. Usando una terminología que aparece en Peirce, los primeros son *estáticos*, los segundos son *dinámicos* y se asemejan más a una *demostración* en el sentido tradicional del término. Obviamente, los diagramas alpha pertenecen al segundo tipo./3/ Otro rasgo distintivo es que en el transcurso de una deducción pueden desaparecer elementos existentes en los gráficos iniciales (piénsese sencillamente en una aplicación de la regla de doble corte), de modo que no toda la información de las premisas permanece a lo largo de la deducción.

La definición recursiva de gráfico en Alpha y la formulación de las reglas llevan a pensar en un *sistema formal* con gráficos, para el cual pueda establecerse su adecuación con la semántica usual de valores de verdad. El análisis y la resolución de estos problemas no ofrecen diferencias sustanciales con el caso de sistemas formales no diagramáticos. Desde ya, pueden advertirse algunas dificultades en la explicitación de todas las reglas, dado que se emplean convenciones espaciales implícitas. En todo caso, todo concepto lógico tiene una representación diagramático: *Los conceptos lógicos son visualizados mediante líneas dispuestas en la hoja de aseveración*. En el caso del sistema Alpha, todas las funciones de verdad de la lógica clásica pueden representarse mediante gráficos, siendo los cortes y la disposición de las letras dentro y fuera de los cortes los elementos básicos para construir los diagramas (en este sentido no muy lejos de las barras de la escritura conceptual de Frege).

Nótese también que la conversión del sistema Alpha en un sistema lineal es muy sencilla, pensando en corchetes en lugar de círculos o elipses para los cortes. Por ejemplo [P] representaría la negación de P. En el caso del sistema Beta para la lógica cuantificacional esta conversión es más difícil pues la representación que exigen los predicados relativos y la cuantificación múltiple parece ser necesariamente bidimensional./4/

En el sistema Beta, otros signos se añaden para expresar los cuantificadores y la identidad, a saber



$\forall x \exists y Rxy$

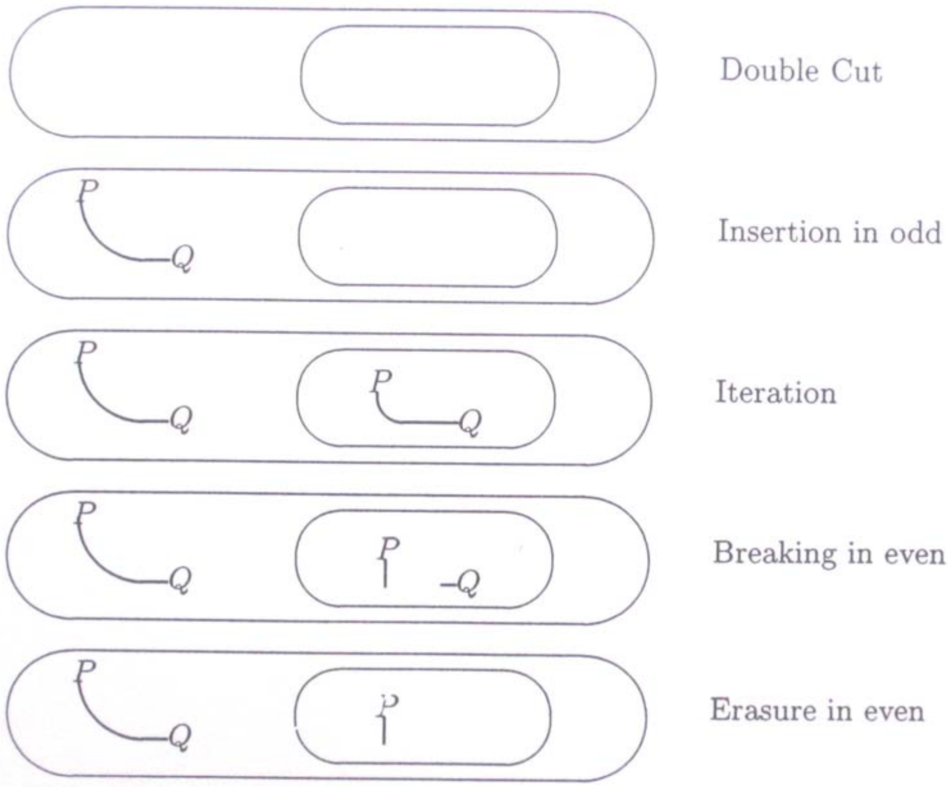


Figure 7: A proof in Beta of $\exists x(P(x) \wedge Q(x)) \rightarrow \exists x P(x)$.

Reproducido de Barwise & Hammer 1994, p. 85.

También en este caso, no sería difícil, mediante el simple agregado de líneas, transformar los diagramas en cadenas de símbolos, de modo de obtener un cálculo. Esta reconstrucción de los razonamientos diagramáticos como cálculos, los asimila a los sistemas usuales en lógica simbólica. Si esto es así, los sistemas diagramáticos no presentan rasgos que los tornen indispensables en la elucidación del concepto de deducción, y, en todo caso, el problema a discutir es la función de los lenguajes y sistemas formales en esta elucidación. Sin embargo, Peirce, con su perspectiva semiótica, vio en el razonamiento diagramático la deducción *par excellence*.

2. Deducción como construcción de íconos

Una de las clasificaciones semióticas de los signos (tal vez la más difundida) distingue entre íconos, índices y símbolos (véase Peirce CP 2.247 y ss.). Los diagramas caen dentro de la categoría de íconos. La idea que se tiene de un ícono es, en general, la de un signo que se refiere a su objeto mediante una relación de similaridad. Para entender los rasgos distintivos de los diagramas en tanto íconos es indispensable aclarar en qué consiste esta relación de similaridad.

Peirce llamaba diagramática a toda forma de "razonamiento necesariamente válido" (es decir, razonamientos deductivos, véase, por ejemplo, CP 4.431). Los diagramas son un tipo de íconos. Para Peirce los íconos son esencialmente signos que pueden ser manipulados con el fin de extraer información acerca de sus denotados. Esta caracterización implica la observación de signos y también acciones sobre estos, acciones que forman parte de lo que se denomina "visualización". En este marco, la deducción consiste para Peirce en la construcción de un ícono o diagrama, cuyas relaciones son análogas a las existentes en el "objeto del razonamiento"./5/ Por ejemplo, en el cap. 2 de su obra no publicada Gramática especulativa, Peirce describe este proceso como la construcción del diagrama en la imaginación como un esqueleto o esbozo, en el que se hacen modificaciones requeridas por "el estado de cosas hipotético" y observa si el resultado concuerda con lo que se quiere deducir. Con este procedimiento se obtienen conclusiones que son "verdaderas de los signos en todos los casos". (CP 2.227)

Por lo tanto, la función del ícono es en este caso hacer visible (o "visualizar") la *estructura del razonamiento* (y esto es algo que no es posible hacer en el lenguaje ordinario). En un pasaje de su obra *The New Elements of Mathematics*, Peirce afirma:

"Un diagrama es un ícono de un conjunto de objetos racionalmente relacionados. [...] El diagrama no sólo representa los correlatos vinculados, sino también, y de manera mucho más definida, la relación entre ellos. [...] El razonamiento necesario lleva a una conclusion *evidente*. ¿Qué es esta 'evidencia'? Ella consiste en el hecho de que la verdad de la conclusión es *percibida*, en toda su generalidad, y en la generalidad del cómo y por qué la conclusión es percibida. [...] Es [...] un rasgo muy extraordinario de los diagramas que ellos *muestran* [...] que se sigue una consecuencia. [...] De todos modos, no es el diagrama-ícono estático que muestra directamente esto, sino el diagrama-ícono construido con una intención." (Peirce, NEM IV 316)

Así, la idea de Peirce acerca del carácter icónico de la deducción puede reconstruirse del modo siguiente. La relación de similaridad entre significante y significado que vale para el caso de los diagramas es el de una similaridad *estructural*; una similaridad exclusivamente entre las relaciones. El diagrama es una estructura compleja *que puede ser manipulada*, de modo de hacer lo que Peirce llama *'experimentos'* sobre ella. En estos experimentos se va determinando aquello que determina la *construcción* del diagrama. Es decir, al ver y manipular el diagrama se aprende sobre las reglas de su construcción. De estas operaciones resulta un signo que *muestra* información implícita en el diagrama. Esta idea ya está presente en obras anteriores de Peirce. En su conocido trabajo de 1885 sobre álgebra de la lógica puede leerse:

"Todo razonamiento deductivo [...] contiene un elemento de observación, a saber, la deducción consiste en construir un icono o diagrama, la relación de cuyas partes presentan una completa analogía con aquellas de las partes del objeto de razonamiento, del experimentar sobre esta imagen en la imaginación y de observar el resultado, de modo de descubrir relaciones no advertidas y ocultas entre las partes." (CP 5.165; 3.363)

Tanto los *diagramas* como las expresiones del *álgebra* son íconos y los sistemas construidos respectivamente en ambos casos realizan un *análisis* del proceso de deducción en sus elementos básicos (véase CP 4.424).

Como consecuencia, el sistema del álgebra para la lógica tiene también un carácter icónico. La diferencia entre los signos algebraicos y los diagramas reside en que los aspectos icónicos son preponderantes en los diagramas; estos *hacen visible* la información lógica. Y este hecho es una ventaja que los diagramas tienen respecto del álgebra.

La idea mencionada al principio de las "imágenes en movimiento" del pensamiento alude al carácter dinámico de los gráficos: Los pasos determinados por la aplicación de reglas son pasos de un proceso, al que él llamaba *curso de pensamiento*:

"Me refiero a un Sistema de diagramatización por medio del cual cualquier curso de pensamiento puede ser representado con exactitud". (Peirce CP 4.530)

Vale concebir esta representación como un dibujo animado.

Para explicar mejor su funcionamiento, Peirce los compara con el uso de mapas en una campaña militar (*loc. cit.*): en el mapa se van señalando las diferentes ubicaciones posibles e hipotéticas según se vaya desarrollando la batalla. Así se entiende que los diagramas permitan hacer "experimentos", es decir manipular los diagramas de manera tal que sea posible visualizar las situaciones hipotéticas, y en este punto Peirce recurre a la analogía con los experimentos en química y física (*loc*. *cit*.).

En estos casos los objetos de la investigación son estructuras físicas tales como estructuras moleculares y la experimentación concierne a las relaciones dentro y entre estructuras moleculares. En el caso de los diagramas lógicos, el objeto está constituido por la *forma de una relación*, y esta forma de la relación es la misma que la que se da entre dos elementos del diagrama. En suma, los diagramas *representan formas lógicas*. Las reglas de los gráficos existenciales son "reglas formales", por medio de las cuales "un gráfico puede ser transformado en otro sin peligro de pasar de la verdad a la falsedad y sin hacer referencia a interpretación alguna de los gráficos" (CP 4.423).

3. Diagramas, lenguaje y teoría lógica

En la lógica matemática es común presuponer una concepción *lingüística* de la lógica. Desde luego, existen excepciones, pero este presupuesto es predominante. Las ideas fundamentales que caracterizan a esta concepción pueden sintetizarse rápidamente en los dos puntos siguientes:

(1) La relación de deducción se da entre entidades lingüísticas (en particular, enunciados).

(2) La relación de deducción se define para fórmulas de un *lenguaje formal*, que se considera (a veces con limitaciones) una traducción de los aspectos del lenguaje ordinario relevantes para caracterizar la inferencia deductiva.

Ambas ideas sirvieron para desarrollar una teoría de la lógica coherente y razonablemente exitosa, que es la que se transmite, en diferentes versiones y variantes, en muchos de los tratados y libros de texto usuales. En los resultados de la teoría de modelos y la teoría de la demostración quedan ejemplificados también los alcances de esta concepción. En esta concepción lingüística, representaciones de otro tipo tales como diagramas, figuras, etc., cumplen únicamente un papel *auxiliar* y tienen una finalidad heurística o pedagógica. Así, puede hablarse aquí de una suerte de *logocentrismo*, en el sentido de que toda teoría de la deducción es una *teoría acerca de estructuras lingüísticas*.

El pensamiento de Peirce, como se ha visto, apunta en una dirección diferente. Peirce resume así sus ideas sobre el razonamiento diagramático:

"Por razonamiento diagramático entiendo el razonamiento que construye un diagrama de acuerdo con un precepto expresado en términos generales, realiza experimentos sobre este diagrama, toma nota de sus resultados, se asegura de que experimentos realizados sobre cualquier razonamiento que sea construido con el mismo precepto tengan los mismos resultados, y expresa esto en términos generales." (NEM 4: 47-48)

De acuerdo con esto, el razonamiento diagramático es el método que representa mejor el "curso del razonamiento", esto es, la estructura de la deducción. La deducción se define como un *operar con diagramas*. Los diagramas son un modo de representación *estructural* (representa estructuras) que *privilegia aspectos visuales*. Este operar con los diagramas tiene un carácter *experimental*: se ensayan modificaciones en ellos a fin de arribar al resultado deseado.

La inclusión de la idea de experimento en el concepto de deducción señalada antes refleja un aspecto peculiar de la concepción de Peirce: la *unidad metodológica* del conocimiento científico. En la lógica deductiva se hacen experimentos con diagramas de la misma manera en que en la ciencia natural se hacen experimentos con los objetos de la experiencia.

La faceta operativa y la estructural son *ambas* esenciales para caracterizar la deducción tal como Peirce lo hace, y es en los diagramas que ambos aspectos se ponen de manifiesto más expresamente. Las deducciones algebraicas son también diagramáticas, sólo que en mucha menor medida (es decir, el aspecto icónico, en sus dos facetas, es menos evidente). Sobre esta base, queda claro que no hay problema alguno en concebir cálculos formales con diagramas.

Desde el punto de vista semiótico, los lenguajes formales son sistemas de naturaleza muy diferente a la del lenguaje ordinario (o, mejor, a su escritura), de modo que no es posible establecer comparaciones exactas entre ambos. Como consecuencia, la teoría lógica resultante no es una reconstrucción de la "lógica del lenguaje ordinario" (aunque, obviamente, en el lenguaje ordinario también se representen las estructuras lógicas). A fines ilustrativos, la relación entre la representación diagramática y el lenguaje ordinario puede equipararse con la relación entre los sistemas de escritura y la lengua oral. En general, la escritura no es únicamente una transcripción de la lengua oral. Tal es claramente el caso de las escrituras llamadas ideográficas, las que son independientes de la lengua oral.

Notas

*. Este trabajo fue realizado en el marco del proyecto PIP 112-200801-01334 financiado por el CONICET (Argentina). Agradezco las observaciones de Fernando Zalamea.

1. Ahti-Veikko Pietarinen, al analizar el contexto histórico de los gráficos, los conecta con la aparición del cine (véase Pietarinen 2006, pp. 108 ss.).

2. Nótese que el gráfico resultante también representa al principio de no contradicción "P y no P".

3. Esta clasificación tiene importancia y está emparentada con a la distinción entre sistemas de *decisión* y sistemas de *demostración*. En los sistemas estáticos, las reglas sirven para construir diagramas que representan información. En los sistemas dinámicos las reglas prescriben sobre la transformación de diagramas ya dados, y serían sistemas que representan el proceso de deducción.

4. Los gráficos existenciales tornan visuales interesantes propiedades de los conceptos lógicos, como por ejemplo, la vinculación entre corte e hipótesis o supuesto, que ha llevado a comparar los gráficos existenciales con la deducción natural. También la noción de contradicción y el principio del *ex falso quodlibet* quedan sugerentemente representados.

5. Frederik Stjernfelt ha señalado que esta es una concepción *operacional* de similaridad, bien diferente de la semejanza psicológica perceptiva o la mera identidad (véase Stjernfelt 2006 y 2007, p. 90).

Referencias

Barwise, Jon & Eric Hammer. 1994. "Diagrams and the Concept of Logical System". En *What is a Logical System?*, comp. por Dov M. Gabbay. Oxford, Clarendon Press, 1994, pp. 73-106.

Hilpinen, Risto. 2004. "Peirce's Logic". *Handbook of the History of Logic, volumen 3. The Rise of Modern Logic: From Leibniz to Frege*. Compilado por Dov M. Gabbay & John Woods. Amsterdam *et al.*, Elsevier. pp. 611-658.

Peirce, Charles Sanders. CP. *Collected Papers*. 8 volúmenes, vols. 1- 6 compilados por Charles Hartshorne & Paul Weiss, vols. 7-8 compilados por Arthur W. Burks. Cambridge (Mass.), Harvard University Press, 1931-1958.

Peirce, Charles Sanders. NEM. *The New Elements of Mathematics* by Charles S. Peirce, 4 vols., comp. por Carole Eisele. The Hague, Mouton, 1976. Atlantic Highlands, N. J., 1976. cxxxviii + 2478 pp.

Peirce, Charles Sanders. W. *Writings of Charles Sanders Peirce. A Chronological Edition*, comp. por Peirce Edition Project. Bloomington & Indianapolis, Indiana University Press, 1981, 6 vols.

Pietarinen, Ahti-Veikko. 2006. *Signs of Logic. Peircean Themes on the Philosophy of Language, Games and Communication*. Dordrecht, Springer.

Roberts, Don. 1973. *The Existential Graphs of Charles. S. Peirce*. The Hague, Mouton.

Stjernfelt, Friederik. 2006. "Two Inconicity Notions in Peirce´s Diagrammatology". *ICCS 2006*, comp. por H. Schärfe, P Hitzer y P. Øhrstrøm, pp. 70-86. Berlin – Heidelberg, Springer.

Stjernfelt, Friederik. 2007. *Diagramatology. An Investigation on the Boderlines of Phenomenology, Ontology and Semiotics*. Berlin – Heidelberg, Springer.

Zalamea, Fernando. 2010. *Los gráficos existenciales peirceanos. Sistemas de lógicas diagramáticos del continuo: sorosis, tránsitos, reflejos, fondos*. Bogotá, Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Ciencias.