IV Jornadas "Peirce en Argentina"
26-27 de agosto del 2010

PEIRCE Y LA REPRESENTACIÓN MATEMÁTICA

Rubén Darío Henao Ciro[*]
Universidad de Antioquia

*"Nada desconocido puede alguna vez llegar a ser conocido excepto a través de su analogía con otras cosas conocidas". (*Peirce, 1987: 130)

Introducción

El problema que nos guía[1] es la poca participación de los estudiantes en la construcción del conocimiento matemático. Por ello, nos proponemos dar cuenta de una experiencia pedagógica en la cual se aplica la teoría lógica de Charles Sanders Peirce en la realización de los procedimientos matemáticos: razonamiento, demostración de teoremas y resolución de problemas. En primer lugar enunciaremos diez premisas peirceanas que hemos aplicado en las distintas situaciones de clase para mejorar las actividades matemáticas relacionados con habilidades como: representar, relacionar, demostrar y resolver. Y luego profundizaremos en los procedimientos ya mencionados.

[*] Profesor de Matemática y Didáctica de la Matemática de la Universidad de Antioquia - I. E. Normal Superior de Medellín, miembro del Nodo de Lenguaje de Antioquia, Magíster en Didáctica de la Matemática. Email: mailto:mrdhenao55@gmail.com

[1] Trabajos motivados por este problema han sido publicados en diferentes libros y revistas y expuestos en congresos nacionales e internacionales como: V Encuentro Iberoamericano de Colectivos y Redes de Maestros que Hacen Investigación desde la Escuela, Venezuela- 2008 y en el VII Seminario Taller Latinoamericano Para la Transformación de la Formación Docente en Lenguaje y X Encuentro Nacional de Maestros por el Fomento de la Lectura y Producción de Textos en la Educación básica, México-2009.

1. Diez premisas peirceanas

La base del trabajo matemático es la lógica; entendida no sólo como un sistema formal o una teoría que aporta todas las bases y pruebas para encontrar la verdad, según Peirce, sino también, el fundamento de toda posibilidad de conocimiento; esa es nuestra **primera premisa**.

“La lógica no es la ciencia de cómo pensamos sino que, en la medida que se puede decir que se ocupa del pensamiento, tan sólo determina cómo debemos pensar” (Peirce, 1968: 29)

Leibnitz, en 1666, intentó crear la lógica simbólica que nació en 1847 con el matemático inglés George Boole. No obstante, Augustus De Morgan, también matemático inglés, fue más allá que Boole e inició, en 1860, la lógica de las relaciones.

A Peirce debemos, en 1870, el descubrimiento de nuevas acciones para la lógica de los relativos. En 1885 da los indicios para las tablas de verdad que utilizamos hoy e investigó sistemáticamente la teoría de las relaciones binarias.

Realizó importantes contribuciones a la lógica deductiva, pero estaba principalmente interesado en la lógica de la ciencia y, más especialmente, en lo que llamó abducción como el proceso de generar hipótesis.

En su amplio trasegar por la ciencia dice que “la lógica es la filosofía de la representación” (Peirce, 1987: 219) O más exactamente: “es la ciencia de las cosas cuyo fin es representar algo” (Barrena, 2007: 16) Y la define, además, como “ciencia general de la relación de los símbolos con sus objetos” (Peirce, 1987: 10) Aunque también dice que “la lógica, en un sentido más general, es sólo otro nombre de la semiótica” (Peirce, 1987: 244). Peirce (citado en Bravari, 2006) ratifica que la realidad, el pensamiento y el entendimiento no ocurren sin mediación de los signos. Es más, no hay acción, si no ha sido mediada por signos, ni, en consecuencia por el pensamiento.

Nuestra **segunda premisa** es esta: no hay pensamiento ni acción sin la mediación de los signos.

Dada la importancia de la semiótica en la matemática, debemos detenernos en el análisis de los signos. “La palabra signo será usada para señalar un objeto perceptible o solamente imaginable, o aún en cierto sentido inimaginable" (Peirce, 1987: 245). Interpretando a Peirce, cuando decimos "Dos divide a diez", que representa un signo, nos referimos tanto a dos como a diez puesto que "dos divide a diez" y "diez es divisible por dos" son dos caras transparentes de una misma situación cuya transparencia queda expresada por la relación "divide a".

Un signo, según Peirce, puede ser icono, índice o símbolo. "Un icono es un signo que remite al objeto que el denota, meramente por virtud de caracteres propios y que posee por igual tanto si tal objeto existe o no" (Peirce, 1987: 250). Son iconos las cualidades de las cosas, un cuadro, un diagrama, un trazo geométrico, las ecuaciones o las fórmulas algebraicas.

"Un índice es un signo que se refiere al objeto que denota en virtud de que es realmente afectado por ese objeto" (Peirce, 1987: 250) El índice es un signo que necesita de la observación en la medida que remite al objeto; indica algo. Cuando en geometría utilizamos letras griegas para indicar los ángulos o letras mayúsculas para los vértices o dos letras para indicar los lados, estamos utilizando los índices. Como también cuando utilizamos señales especiales para indicar que un ángulo es recto o que dos lados son iguales.

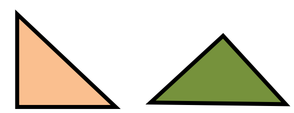

Figura 1

Si queremos comparar los dos triángulos de la figura 1, tomamos regla y transportador para medir sus lados y sus ángulos y confirmar que los dos triángulos son iguales y que además son triángulos rectángulos isósceles. Si por el contrario se formula la pregunta con la figura 2, los índices nos dicen inmediatamente como son los triángulos.

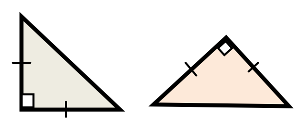

Figura 2

Decir que los índices son fundamentales en la comprensión de textos matemáticos se constituye en nuestra **tercera premisa**.

"Un símbolo es un objeto que se refiere al objeto que él denota, por medio de una ley" (Peirce, 1987: 250). Las palabras, las proposiciones y las leyes matemáticas son símbolos. Un símbolo es un signo que perdería el carácter que lo convertiría en signo si no hubiera interpretante. Los símbolos son la médula del lenguaje matemático: esta es nuestra **cuarta premisa.**

La explicación del Teorema de Pitágoras implica:

Iconos: el triángulo en sí, la ecuación cuadrática.

Índices: las letras para los catetos, el ángulo recto.

Símbolos: la interpretación que se hace del enunciado del teorema.

Si tenemos en cuenta la proposición "A es la mitad de B" tenemos dos índices (A y B) y un símbolo "__ es la mitad de __". El símbolo puede ser un ícono mental o una idea de la bipartición de una cantidad.

Toda proposición además expresa una relación. En el ejemplo anterior existe una relación entre A y B, así como el teorema de Pitágoras expresa una relación entre tres elementos. "Una relación es un hecho acerca de un cierto número de cosas" (Peirce, 1987: 305)

Peirce (1987: 130) dice que un signo tiene un objeto y un interpretante. El objeto puede ser inmediato (el signo en sí) o dinámico (condicionado por la realidad). El interpretante también puede ser: inmediato (el significado del signo), dinámico (efecto concreto) y final (relación con el objeto). Cuando decimos que una función es continua, "función" es un objeto condicionado por la realidad matemática y "continua" tiene un interpretante inmediato según el límite y la evaluación de la función en un punto.

Saber relacionar es una de las habilidades en las cuales se fundamenta la actividad matemática. De aquí que nuestra **quinta premisa** es: quien no relaciona no razona. Una pregunta matemática, ¿Cuánto mide el tablero?, por ejemplo, genera una proposición: el tablero mide 8 m^2. En ambas se expresa una relación inseparable entre un objeto y su interpretante. "Se verá que el razonamiento de los matemáticos gira principalmente sobre el uso de semejanzas, que son los goznes mismos de las puertas de su ciencia" (Peirce, 1987: 264)

Trabajar en matemáticas desde Peirce implica reconocer la existencia triádica de iconos, índices y símbolos caracterizando los objetos matemáticos, las relaciones y las leyes. Respecto al concepto de representación, Peirce dice que es "estar en lugar de, es decir, encontrarse en relación tal con otro, que para ciertos fines es tratado por alguna mente como si fuera ese otro" (Peirce, 1987: 261)

El conocimiento matemático es un sistema de objetos conceptuales y procedimentales que forman una red de relaciones que pueden ser representadas de varias maneras. Establecemos, entonces, como **sexta premisa**: la matemática opera con representaciones. La representación tiene que ver con poner una cosa en lugar de otra; se refiere al acto de hacer algo presente con palabras o figuras y tiene que ver directamente con las formas de concebir el medio.

Según Peirce, hay conocimiento claro "cuando poseo aquello con lo que puedo reconocer la cosa representada". (Gaiada, 2008), en forma clara dice: “Una palabra representa una cosa para el concepto que está en la mente del oyente” (Peirce, 1968: 71). Por eso al decir “raíz cuadrada de 8” esperamos no sólo que llegue el ícono de la raíz ($\sqrt{8}$) si no que se forme la representación completa con la radicación y su operación inversa: la potenciación. Peirce (1987: 8) limita la representación tanto a la operación del signo como a la relación del objeto con la interpretación que de él se haga.

> Una representación es aquella cualidad de una cosa, por virtud de la cual, a efectos de la producción de cierto efecto mental, puede estar en lugar de otra cosa. A la cosa que posee esta cualidad la llamo representamen, al efecto mental o pensamiento, su interpretante, y a la cosa por la que está, su objeto (Peirce, 1968: 82)

Las órbitas elípticas de los planetas (objeto o hecho) pueden ser representadas por elipses (signos) que siguen unas leyes matemáticas (interpretante). Las elipses son indispensables para construir el pensamiento matemático relacionado con el movimiento de los planetas cuya modelación es posible gracias a los diagramas y las simulaciones en computador. Peirce enfatiza diciendo que "todo razonamiento necesario es diagramático" (Vargas, 2006)

El razonamiento es posible gracias a los argumentos que el ser humano hace sobre su entorno. Entendiendo que “un argumento es cualquier proceso de pensamiento que tiende razonablemente a producir una creencia definida” (Peirce, 1987: 55). También es posible el razonamiento gracias a la analogía. Sin la analogía es imposible el conocimiento. “La analogía es la inferencia de que una colección no muy grande de objetos que concuerdan en varios aspectos puede concordar muy probablemente en otro aspecto” (Peirce, 1987: 161)

Son múltiples las estructuras homólogas de las cuales se nutre la matemática.

> “La analogía es la forma de razonamiento por excelencia que asegura un ajuste bidireccional, un tráfico en los dos sentidos, entre la literatura y el mundo vital” (Johansen, 1998). La frase al comienzo de este artículo ratifica la importancia de la analogía en la construcción del conocimiento. “Como una forma de razonar, la analogía es de la mayor importancia, por su uso universal en la vida diaria y en el razonamiento académico y científico” (Johansen, 1998)

Hablar de Peirce sin hablar de abducción es como hablar de astronomía sin mencionar el sol. De allí que la **séptima premisa** la constituye la siguiente tesis del filósofo: la abducción es el primer paso del razonamiento científico. Peirce llama abducción a la adopción de una hipótesis. Se ancla con fuerza en el razonamiento científico ya que en él se acogen hipótesis sobre determinada teoría.

"Un argumento originario, o abducción, es un argumento que presenta en su premisa hechos que presentan una similitud con el hecho afirmado en la conclusión, pero que podría ser perfectamente verdadera sin que la última lo fuera" (Peirce, 1987: 237). Peirce (citado por Johansen, 1998) sostiene que la hipótesis o abducción es el intento de establecer un caso al formar una regla provisional de la que se seguiría como resultado: Regla: si *q* entonces *p*, Resultado: *p*; Caso: entonces *q*. "Una abducción es un método para formar una predicción general sin ninguna seguridad positiva de que tendrá éxito" (Peirce, 1987: 259). El mismo Peirce afirmó que la abducción es la única operación capaz de producir una idea nueva. (Ramírez, 2006).

La **octava premisa** es: si el profesor de matemáticas utiliza la abducción su clase será más creativa.

Benjamín Peirce (Padre de Charles S.) fue uno de los creadores del álgebra lineal asociativa y afirmó, en 1870, que "las matemáticas son la ciencia que obtiene conclusiones necesarias" (Bell, 1995: 222). Esta creencia junto con el estudio de las relaciones matemáticas las heredó su hijo, Charles Sanders, quien por su parte traslada la necesidad de los signos y de las verdades a la lógica y utiliza la matemática en la construcción de la lógica: "la lógica es la ciencia de las leyes generales necesarias de los signos" (Álvarez, 2006) y se reafirma cuando dice que "la matemática es el estudio de lo que es verdadero sobre estados hipotéticos de cosas". (Oostra, 2006).

Derivamos así la **novena premisa**: la matemática es una ciencia necesaria tanto para desarrollar el pensamiento como para resolver las distintas situaciones que el mundo nos presenta. Peirce le imprime humanización a la ciencia al afirmar que el trabajo matemático requiere el concurso de todos nuestros sentidos. "No tendremos éxito en lo que hagamos si no ponemos todo el alma y el corazón" (Nubiola, 2008). El amor y la matemática no son dos caras opuestas de la misma moneda. "El resultado creativo también es fruto del amor" (Barrena, 2006)

Luego, asociado al proceso cognitivo debe dimensionarse también lo afectivo y buscar así la integralidad del ser que razona mediado por la práctica; por la intuición y la razón.

Utilizar a Peirce en la clase de matemática nos ha ayudado a mejorar las formas de representación, a entender la matemática como una ciencia de relaciones útiles, a mejorar el razonamiento desde la analogía y la abducción y a ser más creativos en nuestro desempeño como formadores de maestros. Es necesario entonces que el profesor de matemáticas reconozca la importancia de la imaginación y de la creatividad y las aplique en el proceso docente educativo que él dirige. Esta es la **décima premisa**.

2. LOS PROCEDIMIENTOS MATEMÁTICOS

Peirce, al hablar de la demostración, se refiere a la heurética (arte de la invención) y a la metodéutica (métodos a seguir en investigación y aplicación de la verdad) para indicar la búsqueda de la verdad y el proceso de revisión de los pasos de una demostración. También propone tres formas de razonamiento: deducción, inducción y abducción.

Trabajemos aquí la más novedosa de las tres: la abducción.

La abducción refiere la ocurrencia de un hecho fenomenal o inesperado y la posibilidad de ser explicado con una hipótesis que estimamos verdadera. De tal manera que si logramos probar la hipótesis explicativa podemos concluir todo lo necesario sobre la ocurrencia del hecho. La abducción, como operación lógica, permite obtener o elaborar un teorema escrito de la forma $p \rightarrow q$ con marcha atrás o demostrar que no es cierto q puesto que hay una anomalía en el razonamiento. La abducción, en todo caso, tiene que ver con la búsqueda de la verdad.

La estrategia conocida como marcha hacia atrás es importantísima cuando no se tiene idea de cómo hacer la demostración. Consiste en analizar el consecuente y retroceder pensando qué es necesario para que se dé q;

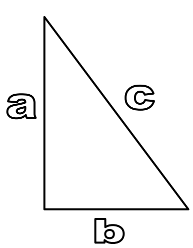

Figura 3

En el triángulo rectángulo de la figura 3 se pide demostrar que $c^3>a^3+b^3$

Para ello no tenemos ni idea de cómo hacer la demostración, pero podemos explorar hacia atrás teniendo en cuenta la expresión al cubo y las propiedades y teoremas conocidos del triángulo rectángulo.

Sabemos que la expresión $c^3>a^3+b^3$ es igual a $c.c^2>a.a^2+b.b^2$. También sabemos por Pitágoras que $c^2=a^2+b^2$. Si lo reemplazamos en la desigualdad, esta quedaría así: $c\ (a^2+b^2) >a.a^2+b.b^2$, que es lo mismo que tener $c.a^2+c.b^2 >a.a^2+b.b^2$. Y para llegar a esta afirmación debemos partir de otra relación conocida en el triángulo rectángulo: la hipotenusa es mayor que cualquiera de los catetos; esto es $c>a$ y $c>b$.

Lo fundamental en el segundo caso es el hallazgo de una anomalía. “La anomalía enciende así el motor de la abducción. En un contexto de total armonía inferencial se produce un resquebrajamiento en el orden racional instaurado” (Visokolskis, 2006). Un ejemplo lo constituyen algunas paradojas matemáticas en las cuales se concluye una expresión totalmente falsa y el razonamiento abductivo ayuda a encontrar la premisa que falsea la demostración.

Veamos, como ejemplo, el siguiente razonamiento.

$x=1 \Rightarrow x^2=1 \Rightarrow x^2-1=0 \Rightarrow (x-1)(x+1)=0 \Rightarrow x+1=\frac{0}{x-1} \Rightarrow x+1=0$, entonces $1+1=0$.

El razonamiento puede resumirse así: Si $x=1$, entonces $2=0$. Pero sabemos que es imposible que dos sea igual a cero, luego hay un suceso imprevisto (2=0) y tiene que haber una anomalía en el razonamiento. Lo verdaderamente probable es que una premisa sea falsa. “La anomalía proveerá la consecuencia de advertir la aparición de una representación aparentemente "extraña" de un objeto y no la mera descripción literal del mismo” (Visokolskis, 2006)

Frente a la pregunta por qué se caen los puentes (anomalía) surgen diferentes respuestas: estaba en mal estado, fue mal construido, un carro excedió el peso permitido o lo tumbó un vendaval. Cada una de ellas genera una reacción tendiente a evitar que se repita la anormalidad. ¿Por qué se derrumba un edificio? ¿Por qué se cae un avión? ¿Por qué se desploma la bolsa de valores?

Las premisas, en nuestro caso, tienen que ver con los conocimientos previos, el sistema de creencias, el estado sicológico de quien resuelve y la capacidad procesal relacionada con habilidades generales matemáticas.

> El punto crucial del razonamiento abductivo hacia atrás, "del consecuente al antecedente, es que tomamos un hecho sorprendente o una expresión graciosa como el efecto de una causa desconocida, y como conclusión de premisas todavía desconocidas que tienen que ser tomadas en cuenta para comprender lo que de hecho se quiso decir (Wirth, 1998)

Veamos el siguiente teorema.

"*Si por un punto M de la frontera de un círculo trazamos una tangente, entonces ésta es perpendicular al radio del círculo que termina en M*".

Figura 4

Lo novedoso en la demostración es considerar una rueda cuyo eje está arriba del punto donde la rueda toca el piso y el piso toma la posición de todas las tangentes, como se muestra en la figura 4.

En matemáticas es de gran utilidad recurrir a este tipo de mostraciones, máxime si se cuenta con programas como Geogebra, Regla y Compás, Modellus y Cabri que permiten construir simulaciones. Este recurso lo utilizó Arquímedes con el nombre de método mecánico, quien al respecto dijo que era más fácil hacer una demostración después de haberla comprendido que sin ningún conocimiento o dispositivo previo. Llama la atención recurrir a una imagen real para mostrar la efectividad de un teorema. "La abducción supone también la intervención de la intuición (entendida como *insight* no como conocimiento inmediato e infalible) (Barrena, 2006).

Veamos ahora qué ocurre con la resolución de problemas, el segundo procedimiento a tratar.

Todo problema exige la puesta en escena de conocimientos básicos mediante un proceso, conocido o no, guiado por una pregunta sin respuesta inmediata. Quien se enfrenta a un problema adquiere un compromiso intelectual con el proceso de interpretación; se dimensiona como constructor y está en la línea de los que aportan soluciones para la transformación y mejoramiento del mundo.

El proceso de resolución de un problema es el camino recorrido desde que se conoce el problema hasta encontrar la solución. Según George Polya (1982: 28) matemático húngaro, las etapas necesarias para resolver un problema son: comprender el problema, concebir un plan, ejecutar el plan y examinar la solución.

El primer paso, comprender el problema, exige poner en escena habilidades de comprensión e interpretación. La comprensión de textos necesita: conocimientos lingüísticos, correcta interpretación de gráficas y símbolos matemáticos, activación de conocimientos previos y desarrollo de habilidades de comprensión. Para que la comprensión se dé los signos deben ser conocidos por el interpretante. Las figuras o diagramas relacionadas en el enunciado del problema son cruciales para la comprensión del texto.

Consideremos el siguiente problema:

Un faro tiene una altura h sobre el nivel del mar. Desde un barco en el mar se ve el faro con un ángulo de elevación A. ¿A qué distancia d se encuentra el barco de la costa?

Figura 5

La figura 5 o bien provoca la situación problema o es el dibujo que podría hacerse para interpretar el problema. Allí se representa el problema e intervienen los tres datos que podemos representar a su vez en la figura 6.

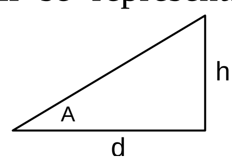

Figura 6

La primera relación se da entre el problema y el dibujo, la segunda entre el dibujo del problema y el triángulo a resolver y la tercera entre el gráfico y el modelo matemático.

Esto es $TanA = \frac{h}{d}$, de donde $d = \frac{h}{TanA}$, lo que permite calcular la distancia.

Veamos otro problema matemático resuelto con una lógica fantástica que sólo podría basarse en el razonamiento abductivo.

Un campesino recibe 400 metros de alambre para cercar un terreno que se encuentra a la orilla de una laguna. La forma que debe darle al terreno es rectangular, pero sabe que no tiene que cercar el lado que da con la laguna. Como es de esperar, él desea que el área encerrada sea máxima ¿Qué dimensiones debe tener el terreno?

Una variante de la forma convencional para resolver este problema consiste en visualizar el terreno paralelo a la laguna e imaginar la otra mitad reflejada en el agua (figura 7). El reflejo del agua ayuda a pensar que se tiene que maximizar el área de un rectángulo, que por

Figura 7

conocimientos geométricos sabemos que es un cuadrado, puesto que de todos los rectángulos de igual perímetro el que tiene el área mayor es el cuadrado. Este artificio abductivo resuelve el problema.

> “Reflejar el terreno” es una idea brillante. “Una buena idea es un golpe de suerte, una inspiración, un don de los dioses que hay que merecer” (Polya, 1982: 188)

La correcta comprensión de un problema implica no sólo tener conocimientos matemáticos sino ser capaces de traducir, relacionar, modelar o limitar el problema. Muchas veces una maniobra sencilla resuelve el problema: introducir un elemento nuevo, cambiar la posición de un objeto, reformular el contexto, entre otras estrategias, ayudan a iniciar el camino de resolución.

La resolución de problemas implica procesos de pensamiento más complejos que otros, como lo dijera el mismo Peirce:

> En matemáticas, la complejidad de los problemas hace que generalmente sea un tanto difícil mantener los distintos elementos de nuestros diagramas mentales en su sitio adecuado. Por consiguiente, en cierto sentido, el arduo pensamiento es a veces un requisito en esta disciplina (1968: 204)

De ahí que sea necesaria la intervención constante de la imaginación para resolver los problemas matemáticos.

Veamos ahora un ejemplo en el cual los signos y las formas de representación juegan un papel fundamental.

Un vendedor recibe un sueldo mensual de 300000 pesos más 1500 por cada artículo que venda. Estamos interesados en determinar la función de ingresos de dicho vendedor.

Si x es la cantidad de artículos vendidos, 1500x representa el sueldo que varía según las ventas mientras que 300000 es el ingreso fijo. La función de ingreso total es $I(x)=1500x+300000$.

Los ingresos del vendedor se pueden representar en la siguiente tabla de valores positivos para x.

x	0	10	50	100	200	300

I	300000	315000	375000	450000	600000	750000

La figura 8 muestra la gráfica aproximada de los ingresos.

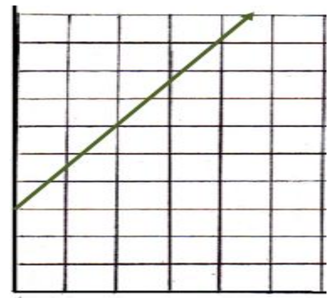

Figura 8

En este caso tenemos cuatro signos distintos que representan la misma situación matemática: enunciado, ecuación, tabla y gráfica.

Dejamos claro así que si un estudiante se enfrenta a estas tareas necesita dominar la representación.

Peirce hace hincapié en el papel de las ecuaciones algebraicas como íconos que eventualmente aportan conocimiento. "Toda ecuación algebraica es un ícono, en tanto que *exhibe* por medio de los signos algebraicos las relaciones de las cantidades involucradas" (Visokolskis, 2006)

Para concluir, resaltamos la importancia de Peirce en el trabajo matemático; utilizar el pensamiento peirceano en la búsqueda de nuevas y mejores estrategias nos ha servido para mejorar la realización de procedimientos matemáticos y las formas de razonamiento implicadas: deducción, inducción, abducción y analogía.

Peirce merece todo el reconocimiento en estudios relacionados con la lógica y la matemática: él continúa y perfecciona el trabajo lógico iniciado por George Boole, Augustus De Morgan y su padre, Benjamín Peirce. Además brinda herramientas para disminuir la brecha entre lenguaje y matemáticas. Descubre nuevas acciones para la lógica de los relativos y las relaciones binarias, propicia las bases para el razonamiento científico e hipotético, nos ayuda a entender la matemática como ciencia de las relaciones y abre la posibilidad de nuevas construcciones tanto en matemáticas como en didáctica de la matemática.

Los estudiantes de matemáticas y didáctica de la matemática, a quienes se aplicó este trabajo semiológico, mejoraron su participación en la construcción del conocimiento matemático en lo relacionado con interpretación de signos, representación matemática, uso de analogías y abducciones en el razonamiento matemático, y encontraron en Peirce una fuerte motivación para sus futuras investigaciones

Bibliografía

Álvarez, D. (2006) *Abducción y fenomenología de Peirce aplicada en procesos de diseño*. Recuperado el 20 de enero de 2010, del Sitio web del Departamento de Filosofía de la Universidad de Navarra: http://www.unav.es/gep/ArticulosOnLineEspanol.html

Barrena, S. (2006) *La creatividad en Charles S. Peirce*. Recuperado el 20 de enero de 2010, del Sitio web del Departamento de Filosofía de la Universidad de Navarra: http://www.unav.es/gep/ArticulosOnLineEspanol.html

Barrena, S. (2007). *Peirce; La lógica considerada desde la semiótica*. Madrid: Biblioteca Nueva.

Bell, E. T. (1995) *Historia de las Matemáticas*. México: Fondo de la Cultura Económica.

Beuchot, M. (1998) *Abducción y analogía*. Recuperado el 20 de enero de 2010, del Sitio web del Departamento de Filosofía de la Universidad de Navarra: http://www.unav.es/gep/ArticulosOnLineEspanol.html

Bravari, V. (2006) *Abducción colectiva*. Recuperado el 20 de enero de 2010, del Sitio web del Departamento de Filosofía de la Universidad de Navarra: http://www.unav.es/gep/ArticulosOnLineEspanol.html

Gaiada, M. (2008) *Leibniz y Peirce: conocimiento simbólico y pensamiento mediante signos*. Recuperado el 20 de enero de 2010, del Sitio web del Departamento de Filosofía de la Universidad de Navarra: http://www.unav.es/gep/ArticulosOnLineEspanol.html

Henao, R. (2005) *Un Viaje Literario en la Enseñanza de la Matemática*, Medellín: Adida.

Johansen, J. (1998) *La analogía y la fábula en literatura*. Recuperado el 20 de enero de 2010, del Sitio web del Departamento de Filosofía de la Universidad de Navarra: http://www.unav.es/gep/ArticulosOnLineEspanol.html

Nubiola, J. (2008) *La razonabilidad de Peirce*. Recuperado el 20 de enero de 2010, del Sitio web del Departamento de Filosofía de la Universidad de Navarra: http://www.unav.es/gep/ArticulosOnLineEspanol.html

Oostra, A. (2006) *Charles Sanders Peirce. Razón e invención del pensamiento*. Recuperado el 20 de enero de 2010, del Sitio web del Departamento de Filosofía de la Universidad de Navarra: http://www.unav.es/gep/ArticulosOnLineEspanol.html

Peirce, S. (1987) *Obra Lógico Semiótica*. Madrid: Taurus Ediciones.

Peirce, S. (1968) *Escritos escogidos*. Madrid: Alianza Universidad.

Polya, G. (1982) *Cómo Plantear y Resolver Problemas*. México: Trillas.

Ramírez, A. (2006). "Inferencia Abductiva y Generación de Hipótesis". *Revista de Filosofía*, 62, 73-77.

Vargas, E. (2006) *La inferencia como Símbolo*. Recuperado el 20 de enero de 2010, del Sitio web del Departamento de Filosofía de la Universidad de Navarra: http://www.unav.es/gep/ArticulosOnLineEspanol.html

Visokolskis, S. (2006) *Metáfora, icono y abducción en C. S. Peirce*. Recuperado el 20 de enero de 2010, del Sitio web del Departamento de Filosofía de la Universidad de Navarra: http://www.unav.es/gep/ArticulosOnLineEspanol.html

Wirth, U. (1998) *El razonamiento abductivo en la interpretación según Peirce y Davidson*. Recuperado el 20 de enero de 2010, del Sitio web del Departamento de Filosofía de la Universidad de Navarra: http://www.unav.es/gep/ArticulosOnLineEspanol.html