Sobre algunas características de la lógica simbólica

Christine Ladd-Franklin (1889)

Traducción de Paloma Pérez-Ilzarbe (2023)

Este texto es el primer artículo que Ladd-Franklin dedica a cuestiones lógicas después de su trabajo doctoral sobre el álgebra de la lógica (publicado en 1883). Aunque aparece en una recién creada revista de psicología ("On Some Characteristics of Symbolic Logic", The American Journal of Psychology *2/4 (1889), pp. 543-567), no se ocupa de cuestiones psicológicas, sino de la naturaleza de la lógica en general y de su variedad simbólica en particular.*

El artículo es ante todo una defensa de la lógica simbólica (que en aquellos años era todavía una opción minoritaria) frente a las reticencias de "los lógicos de toda la vida", que veían su práctica como una amenaza para la disciplina: como una disolución de la lógica dentro de la matemática. Esta defensa se lleva a cabo a través de una lúcida descripción del estado de la lógica simbólica a finales del siglo XIX, que puede resumirse en los siguientes puntos: cuál es valor de la propuesta pionera de Boole y cuáles fueron los motivos de su escaso reconocimiento; cuál es la esencia de la lógica simbólica y por qué su estudio debe interesar a la gente de lógica de ahora en adelante; qué es un "sistema lógico" y en qué se distinguen unos sistemas de otros; qué sistemas simbólicos son más fructíferos y cuál es la contribución de cada uno al avance de la lógica.

En este panorama de la lógica simbólica del momento destacan los nombres del alemán Ernst Schröder (1941-1902), del británico Hugh MacColl (1837-1909) y del estadounidense Oscar Howard Mitchell, colega de Ladd-Franklin que había fallecido ese mismo año (1851-1889). Se denuncia, en contraste, la innecesaria complicación de la lógica de Boole y la incapacidad de Venn para reconocer la aportación de los otros sistemas no-booleanos. El mérito de Ladd-Franklin es que adopta un punto de vista privilegiado para su examen de los sistemas de lógica simbólica: una visión abstracta de los ocho posibles tipos de combinación sujeto-predicado (que en otros lugares llamará la "figured copula") y una clasificación sistemática de esas ocho cópulas de acuerdo con tres rasgos característicos (cantidad, cualidad y simetría). Aprovecha en su exposición para defender las virtudes de su propio sistema, que aventaja a los de Boole y Schröder (pese a estar basado en el mismo tipo de cópula) por su tratamiento de las proposiciones particulares, y para disipar los reparos suscitados por las "cuestiones de existencia" que algunos lógicos estaban tratando de esquivar.

Han pasado ya treinta años desde la publicación de *Las leyes del pensamiento* de Boole. Ya ha ocurrido otras veces, por supuesto, que un gran avance en la tarea de extender los modos científicos de pensar hacia regiones que todavía estaban en manos de las personas corrientes no ha logrado tener el reconocimiento que merecía, pero, con todo, cada nuevo ejemplo de este tipo de infortunio es un nuevo asunto para lamentar.

La tarea cumplida por Boole fue la solución completa a este problema: dado un número cualquiera de enunciados, que involucran cualquier número de términos, mezclados indiscriminadamente en los sujetos y en los predicados, eliminar algunos de estos términos, es decir, ver exactamente a qué equivalen esos enunciados sin tenerlos a ellos en cuenta y entonces manipular los enunciados que quedan de manera que se puedan leer como una descripción en términos de otro término (o términos) que queda solo en un sujeto o en un predicado. El silogismo ordinario consiste en eliminación en el caso más simple posible; cuando inferimos de “todos los reyes son tiranos” y “todos los tiranos son asesinados” que “todos los reyes son asesinados”, lo que hacemos es reunir toda la información que transmiten las dos premisas juntas, pero quitando la que concierne a los tiranos. Es obvio que el silogismo ordinario resulta muy poco útil cuando hay varias premisas tan complejas, por ejemplo, como esta: “Toda a es una sola de estas dos, x o y, a menos que sea z o w, caso en el que o bien será a la vez x y y (si ocurre lo primero) o no será ninguna de las dos (si ocurre lo segundo)”.

Por muy grande que sea el desagrado que alguien sienta por la Lógica Simbólica, y por muy seguro que esté de que estados de cosas tan complejos como el que describe el enunciado de arriba no surgen nunca de modo natural, es imposible no admitir que es un gran regalo para las capacidades de la mente común el haber desarrollado un método por el cual alguien puede sentarse delante de una docena de premisas de este tipo y saber exactamente cómo ponerse a trabajar para identificar con absoluta certeza todo lo que es dicho acerca de cualquier cosa, con o sin alusión a cualquier otra. La mente sin ayuda, con muchos apuros y luchas, puede hacer un trabajo bastante duro de este tipo, si tiene capacidades poco usuales de concentración, pero no lo puede hacer sin un esfuerzo extremo. Un método organizado para desarrollar pensamiento de este tipo (esto es simplemente la Lógica Simbólica) supone, cuando menos, una inmensa economía de trabajo intelectual. Este problema de Lógica fue completamente resuelto por Boole.

El proceso de pensamiento subyacente que su regla de eliminación entraña es, como podía haberse previsto, ni más ni menos que el silogismo; el acto mental por el cual, cuando un término se da de tal modo que forma un vínculo de conexión seguro entre otros dos términos, ese término se quita y la conexión implicada entre los otros dos términos se describe en un único enunciado: esto es el silogismo y no otra cosa. La única dificultad que la gente normal tiene que sentir en casos con cualquier grado de complejidad es la de extraer el término que va a ser eliminado de la masa de términos que lleva unidos a él, ya sea conjuntivamente o disyuntivamente, y describirlo aisladamente en el sujeto o en el predicado; si puede conseguir esto, un silogismo ordinario basta para eliminarlo. Es de este proceso de extracción del que la lógica ordinaria se niega a preocuparse, y es esta limitación de su alcance la que en gran medida causa la falta de realidad y la lejanía respecto del pensamiento real que la lógica ordinaria tiene en las mentes de quienes la estudian por obligación. En la vida corriente, tenemos ocasión constante de ver (y no tenemos ninguna dificultad para hacerlo) la equivalencia exacta entre dos enunciados como estos:

> “Todas las estudiantes de química son también estudiantes o bien de biología o de física”.
>
> “Las estudiantes de química que no estudian física todas estudian biología”.

Y, sin embargo, esta es una inferencia que la Lógica ordinaria no tiene en cuenta en absoluto. Consiste en convertir un término positivo que es parte disyuntiva del predicado en un término negativo que es parte conjuntiva del sujeto. Es un paso muy simple de dar para la mente humana, pero es el punto de partida del inmenso control sobre razonamientos intrincados que proporcionan los desarrollos modernos de la

Lógica Deductiva. La misma lógica común ganaría mucho en alcance y libertad, y por tanto en sensación de naturalidad, si se añadiera este proceso a los temas que ahora discute.

El secreto del gran control que la Lógica Simbólica tiene sobre series complejas de razonamiento está completamente contenido en la fructífera idea de que sujeto y predicado no son necesariamente todalidades indivisibles, sino que se pueden dividir y sus elementos separados se pueden desplazar a placer de un lado a otro de la cópula. Si antes los seguidores rígidos de Boole habían dudado de que esta es la esencia real del asunto, y que el simbolismo es meramente una herramienta conveniente, no esencial, ya no se puede dudar más desde que el Sr. Keynes (*Studies and Exercises in Formal Logic*) se ha tomado el trabajo de escribir completamente la totalidad de esta materia sin casi ningún simbolismo en absoluto, sin ninguno, de hecho, excepto el uso de la ausencia de símbolo para denotar "y" (es decir, escribe "*ab*" para "*a* y *b*") y el uso de letras grandes y pequeñas para denotar términos positivos y negativos respectivamente. No es necesaria para la nueva lógica ninguna cantidad considerable de simbolismo, pero es, al mismo tiempo, una ventaja inmensa para ella.

Pero con la introducción de símbolos, de pronto surge una fuerte sensación de aborrecimiento en la mente del lógico de toda la vida. "Están convirtiendo la Lógica en una rama de la matemática", dice (y con la premisa implícita de que la matemática es algo que no se soporta). Pero la acusación no tiene ningún fundamento. Que una cosa sea matemática o no lo sea depende del tema del que trata, no de los accidentes de su vestimenta. Toda forma de razonamiento deductivo es matemática en el sentido de ser altamente abstracta y de estar sujeta a reglas formales de procedimiento, que hacen posible desarrollarla sin saber cuáles son las cosas acerca de las cuales se está razonando, pero es no-matemática en el sentido de que no trata con ningún tipo de cantidad. Es una mera cuestión de conveniencia terminológica si se define la matemática como la rama de la lógica que se ocupa de cantidades mensurables o se define la lógica como la rama de la matemática que se ocupa solamente de grupos de objetos y sus cualidades, sin prestar atención a su número o su tamaño, o si (lo que sin duda es preferible) se las considera a las dos como ramas paralelas de la ciencia en general. En cualquier caso, la mayor o menor medida en que las reglas invariables según las cuales se *debe* razonar están acompañadas por reglas formales para la combinación de fichas que representan los productos del pensamiento no tiene nada que ver con la cuestión. Ocurre que la matemática es una materia de una complejidad tan tremenda que le es absolutamente necesario recurrir a todo tipo de signos y símbolos y abreviaciones, simplemente para que la mente pueda lidiar con ella. No se sigue que cualquier otra ciencia que encuentre su ventaja en medios similares se convierta en matemática por esa razón. La química moderna utiliza un simbolismo mucho más altamente desarrollado que el que cualquier lógico haya nunca pensado en proponer. Si la representación simbólica de los compuestos químicos hubiera por casualidad recibido algún nombre especial tomado de la matemática, si se hablara de cuaterniones químicos, por ejemplo, no hay duda de que eso habría suscitado mucha repugnancia en las mentes de los químicos conservadores y que le habría hecho falta una larga lucha para conseguir ser aceptado.

¿Qué es un tratamiento simbólico de un tema de estudio? No es sino un sistema de abreviaturas, que tienen una naturaleza más o menos pictórica, que tienen más o menos el carácter de *iconos*, como diría el Sr. Pierce [*sic*], en la medida en que ese carácter sea deseable o alcanzable. El lenguaje mismo está constantemente simplificándose al hacer uso de señales abreviadas para conceptos complejos: en cierto momento decíamos *una masa de personas en movimiento*; después tomamos una única palabra en latín, *mobile*, para esa idea compleja; y luego abreviamos esa palabra en *mob*, y actualmente la palabra "mob" es, por lo que respecta a nuestra conciencia ordinaria, nada más que una marca arbitraria para la frase más larga. El gran propósito que tanto el lenguaje como la ciencia tienen siempre ante sí es permitirnos producir la mayor cantidad posible de pensamiento con la menor cantidad de esfuerzo que sea congruente con la perfecta claridad. La primera ayuda de la que la mente sobrecargada echó mano, cuando las premisas impuestas sobre ella eran demasiado complicadas para su fácil comprensión, fue el uso de lápiz y papel; y es bastante concebible que algunos puristas tempranos pusieran objeciones a este uso de un dispositivo mecánico para sustituir al noble trabajo de la razón. Es seguro que la primera introducción de los signos y símbolos del álgebra se encontró con una gran oposición. Pasó mucho tiempo antes de que los matemáticos fueran capaces de aceptar escribir "y^5" en lugar de "$y\,y\,y\,y\,y$"; y pasó todavía más tiempo antes de que dejaran de escribir "$y\,y$" en lugar de "y^2"; sin duda, decían que, en el caso de la segunda potencia, "y^2" era tan largo de escribir como "$y\,y$", y que esta última expresión era más fácil de entender. Pero este fue un período en el que la mente humana no estaba acostumbrada a dispositivos audaces que pudieran facilitar su dominio de la naturaleza. Actualmente, ningún verdadero amante de la ciencia duda en servirse de cualquier esquema bien concebido que le permita (con papel y lápiz delante) condensar en un único campo de visión tanta información como sea posible. Y es muy poco encomiable por parte de los lógicos que hayan mostrado un horror irreflexivo hacia una organización macroscópica dada, simplemente porque ha resultado práctica en manos de los matemáticos.

Los lógicos, es verdad, han podido escudarse en el hecho de que el esquema de razonamiento simbólico propuesto por Boole era inmensamente más complejo y enredado de lo necesario. Por grande que haya sido su contribución a la ciencia, Boole tenía una idea exagerada de su misteriosa significación interna. Si no le hubiera dado tanta importancia, otros sin duda le habrían sacado más partido. La solución completa al problema es en realidad extremadamente simple, tanto en teoría como en ejecución mecánica. La introducción de "funciones" y "desarrollos" y toda la idea de procesos inversos, aunque resultaba un modo natural de mirar al asunto para el matemático entrenado, era completamente innecesaria y estaba bien calculada para asustar al simple lógico. Todo el procedimiento difícil de Boole se ha vuelto superfluo gracias a los sistemas más simples de escritores posteriores.

Esta no es la opinión del Sr. Venn (el más voluminoso de los escritores actuales sobre el tema). Dice (*Symbolic Logic*, p. xxviii): "Otros escritores han hablado de sus 'sistemas' y los han contrastado con el de Boole; pero actualmente hay, creo, solamente una cosa ante el mundo que puede llamarse sistema sin abusar del lenguaje (a menos que la sola alteración metódica que consiste en adoptar el plan no-excluyente para escribir las alternativas se pueda clasificar como tal), y ese sistema se debe exclusivamente a Boole".

Para dejar claro que esta es una visión equivocada, es necesario investigar con un poco más de detalle qué es lo que constituye un sistema de lógica. El inventor de un sistema de Lógica tiene tres tareas separadas que realizar:

1. Debe tomar las numerosísimas proposiciones que le presenta el lenguaje común y reducirlas todas a un número limitado de formas de expresión.

2. Debe establecer las reglas de acuerdo con las cuales varios de estos enunciados se deben unir en uno, o uno debe romperse en varios.

3. Debe establecer reglas de acuerdo con las cuales la información acerca de algunos de los términos se abandona a la vez que se retiene absolutamente toda la información que no les concierne.

Estos tres procesos se pueden llamar, respectivamente, "expresión", "combinación" y "eliminación". (Si hay que dar a la conclusión alguna forma de expresión peculiar o no natural, como ocurre en el sistema de Boole, eso constituiría un proceso separado). La expresión tendrá dos partes: hay que elegir una forma para conectar los términos separados que van a componer el sujeto o el predicado, y hay que elegir una forma para ligar entre sí el sujeto y el predicado. En el pensamiento real los términos se conectan de dos modos completamente distintos. Quiero decir dos cosas distintas según que diga:

(1) "Todos mis amigos son *o bien* instruidos *o bien* virtuosos".

O diga: (2) "Todos mis amigos son *a la vez* instruidos *y* virtuosos".

Es, por tanto, absolutamente necesario tener dos signos distintos para conectar las letras que nos servirán como símbolos para los términos. Estos dos signos pueden ser cualquier cosa; los dos que se han solido emplear son, respectivamente, *el signo de* + y *la ausencia de signo*. Estos son los signos que el matemático ha asignado a la adición y a la multiplicación de cantidades, pero su uso en lógica tiene solamente una conexión ficticia con su uso en matemáticas. Se podía haber evitado una gran cantidad de discusiones muy inútiles si se hubieran usado signos no matemáticos para la lógica desde el principio. Es cierto que en lógica un factor se puede distribuir respecto de una suma, como en matemáticas:

$$a\,(b + c) = a\,b + a\,c$$

(es natural tomar prestados los nombres "suma", "factor", "producto", una vez que hemos tomado prestados los signos); pero también un sumando se puede distribuir respecto de un producto:

$$a + b\,c = (a + b)\,(a + c),$$

cosa que no ocurre en matemáticas. La capacidad de sugerir que conlleva el uso de signos matemáticos está completamente igualada con su capacidad de engañar.

Y tampoco se produciría la menor dificultad en el funcionamiento del álgebra lógica si se intercambiaran los significados de los signos, y escribiéramos "*a b*" para significar lo que es *a* o *b*, y "a + b" para significar lo que es ambas cosas. Pero el hecho es que apenas hay nada que sea más fácil de escribir que +, y no hay nada que sea más fácil de escribir que no escribir nada; y también es verdad que escribir "*a b*" para lo que es a la vez *a* y *b*, aunque no tiene ninguna conexión con la multiplicación, simula muy de cerca el recurso gramatical por el que decimos *manzanas verdes* para indicar las cosas que tienen a la vez las cualidades de las manzanas y la cualidad de ser verde. Pero sean cuales sean los dibujos que se elijan para representar estos dos tipos de conexión entre términos, *las reglas para su manipulación deben ser siempre exactamente las mismas*. Dos enunciados que son idénticos en significado, respectivamente, con los dos enunciados dados arriba son:

(1) "Quienquiera que sea *a la vez* no-instruido *y* no-virtuoso no es mi amigo".

(2) "Quienquiera que sea *o bien* no-instruido *o bien* no-virtuoso no es mi amigo".

De este modo, una combinación conjuntiva en el predicado de la proposición afirmativa se convierte en disyuntiva (y de cualidad opuesta) en el sujeto, y viceversa. En otras palabras, el negativo de una suma es un producto de negativos y el negativo de un producto es una suma de negativos; o, expresado simbólicamente, $\overline{a+b} = \bar{a}\,\bar{b}$ y $\overline{a\,b} = \bar{a} + \bar{b}$; es decir, lo que no es o bien *a* o bien *b* es a la vez no-*a* y no-*b*, y lo que no es a la vez *a* y *b* es o bien no-*a* o bien no-*b*. Esta regla es una consecuencia inmediata de las dos propiedades de la negación (a saber, que x y $\bar{x}$ son mutuamente excluyentes y conjuntamente exhaustivas); y debe aparecer exactamente en esta forma en todo sistema de lógica (independientemente de las modificaciones sin importancia producidas por la expresión de las alternativas como disyunciones excluyentes).

Ahora, si un sistema de lógica consistiera solamente en el tratamiento de la agregación y la determinación de los términos, sería correcto decir que el sistema de Boole es el único que existe; pero en ese caso el sistema de Boole podría no ser un mérito de Boole. El mismo Sr. Venn ha señalado que Lambert (*Logische Abhandlungen*, 1781) describió esas relaciones lógicas con esos términos y las representó con los signos $+$ y $\times$. Pero, de hecho, esto es solo el comienzo de un sistema de lógica. Una proposición no queda enunciada hasta que ha establecido la conexión entre su sujeto y su predicado, y el caso es que esta conexión se diferencia de la de agregación o la de determinación en que *no* es uniforme. El lenguaje ordinario nos proporciona innumerables formas de proposiciones, y la razón ordinaria elige su camino entre unas y otras por instinto. Tras examinarlas, se encuentra que estas proposiciones multiformes son en el fondo de ocho tipos esencialmente distintos. La lógica común hace tiempo que metió a la fuerza todas las proposiciones en el molde fijo *sujeto-cópula-predicado* y, entre las ocho proposiciones que De Morgan ha mostrado que son necesarias para la completa capacidad expresiva, admitió solamente cuatro. Las cuatro que la lógica común no discute se pueden obtener a partir de las que sí reconoce, si se admiten sujetos negativos; y desde la gran contribución de De Morgan a la lógica que es la idea de un universo limitado, los sujetos negativos no deberían parecerles a los lógicos demasiado difíciles de tratar. En la vida real, por supuesto, son completamente naturales ("Quienes no quieran trabajar, deben morir de hambre", "Lo que no es barato no siempre es bueno"), y no tenemos mayor dificultad para hacer silogismos reales con este tipo de proposiciones de la que tenemos para hacerlos con los tipos que sí se suelen reconocer[1].

Otro modo de ver la necesidad de su admisión es este: toda proposición (además de cualquier otro significado implícito [*import*] que tenga) afirma la existencia o la no-existencia de una cierta combinación de cualidades; "todas las a son b" dice que no hay tal cosa como la combinación $a\ b$, y "alguna a no es b" afirma que existen objetos que tienen las cualidades a y $\bar{b}$. Pero todas las combinaciones de a y b (con sus negativos) son cuatro ($a\ b$, $\bar{a}\ \bar{b}$, $\bar{a}\ b$ y $a\ \bar{b}$) y, cuando no se conoce la significación de las letras, no hay razón para suponer que una cierta pareja de ellas tiene alguna clase de superioridad sobre las otras dos. Por tanto, hacen falta ocho proposiciones para afirmar y para negar su existencia. Pero si se elige una forma adecuada de expresión (es decir, si la expresión de la relación entre los términos se convierte virtualmente en la cópula), todas estas ocho cosas distintas se pueden decir en términos de a y b solamente, es decir, sin ninguna necesidad de admitir términos negativos. La siguiente tabla da los cuatro enunciados universales distintos que se pueden hacer en términos de a y b, junto con sus cuatro negaciones, que son proposiciones particulares.

Cuatro distintas declaraciones de hechos.

UNIVERSAL

NO-SIMÉTRICA	(A) Toda a es b. Toda $\bar{b}$ es $\bar{a}$.	(∀) Ninguna excepto a es b. Ninguna excepto $\bar{b}$ es $\bar{a}$.	(E) Ninguna a es b. $(a\ b)_0$	(Ǝ) Todas menos a son b. $^{\infty}(a + b)$	SIMÉTRICA
	(a) No toda a es b. No toda $\bar{b}$ es $\bar{a}$.	(ɐ) Algunas además de a son b. Algunas además de $\bar{b}$ son $\bar{a}$.	(e) Alguna a es b.	(ə) No todas menos a son b.	

PARTICULAR

En otro lugar he sugerido signos para expresar la cópula de estas ocho proposiciones, que indican por sus distintas cualidades si la proposición que simbolizan es universal o particular, positiva o negativa, simétrica o no-simétrica; y que son tales que una regla simple muestra cómo una proposición dada se puede transformar desde una forma hasta cualquier otra[2]. Se notará que las cuatro proposiciones de la mitad derecha de la tabla se pueden leer tanto hacia atrás como hacia delante ("todas menos a son b" es la misma cosa que "todas menos b son a") pero esto no es así en la mitad izquierda de la tabla ("ninguna excepto a es b" no es

[1] Una de las dos proposiciones con sujetos negativos sí la puede discutir el lógico tradicional en su forma contrapuesta: "Quienes no sabían nadar no se salvaron" es la misma cosa que "Todos los que se salvaron sabían nadar"; pero la otra forma, "Quien no es virtuoso es desdichado" tiene como forma contrapuesta "Quien no es desdichado es virtuoso", en la que el sujeto es por desgracia tan negativo como antes. La lógica ordinaria se ha incapacitado a sí misma por completo para admitir cualquiera de las dos últimas oraciones dentro de su proyecto.

[2] Some Proposed Reforms in Common Logic. A punto de aparecer en *Mind*, enero, 1890.

la misma cosa que “ninguna excepto b es a”, pero sí es la misma cosa que “ninguna excepto $\bar{b}$ es $\bar{a}$”, es decir, si se cambian las posiciones de los términos hay que cambiar también su cualidad para obtener un enunciado equivalente). Expresaremos esto diciendo que las cópulas de la mitad izquierda son no-simétricas y las de la mitad derecha son simétricas. Entre las cópulas simétricas, una se puede insertar en cualquier lugar de un producto y la otra se puede insertar en cualquier lugar de una suma: “ninguna de las $a\ b$ es $c\ (b + d)\ e$” es idéntico a “ninguna de las $a\ b\ c\ (b + d)$ es e”, y “todas menos a son $b\ c + d\ e\ f$” es idéntico a “todas menos $a + b\ c$ son $d\ e\ f$”, y lo mismo para las proposiciones particulares correspondientes. Además, con las formas simétricas de expresión, nada varía si se ponen todos los términos en el sujeto o en el predicado según el caso, así: “ninguna a es b” es la misma cosa que “a que es b no es nada” y se puede escribir, en ocasiones, $(a\ b)_0$; y “todas menos a son b” es la misma cosa que “todo es a o b” y se puede escribir, en ocasiones, ${}^{\infty}(a + b)$.

La tabla dada muestra cuatro formas de expresión distintas para cuatro declaraciones de hecho distintas. Se puede hacer que las cuatro cópulas universales (o las cuatro particulares) den expresión a un único hecho si se adjunta la cualidad adecuada a los términos que las componen. De este modo, en la tabla que sigue, todas las proposiciones universales son equivalentes en significado a “ninguna a es b” y todas las proposiciones particulares son equivalentes en significado a “alguna a es b”.

Cuatro formas distintas distintas de expresión para una y la misma declaración de hecho.

	No-simétrica		Simétrica	
Universal	(A) Toda a es $\bar{b}$. Toda b es $\bar{a}$.	(∀) Ninguna excepto $\bar{a}$ es b. Ninguna excepto $\bar{b}$ es a.	(E) Ninguna a es b. $(a\ b)_0$	(Ǝ) Todas menos $\bar{a}$ son $\bar{b}$. ${}^{\infty}(\bar{a} + \bar{b})$
Particular	(a) No toda a es $\bar{b}$. No toda b es $\bar{a}$.	(ɐ) Algunas además de $\bar{a}$ son b. Algunas además de $\bar{b}$ son a.	(e) Alguna a es b.	(ə) No todas menos $\bar{a}$ son $\bar{b}$.

En otras palabras, el hecho “ninguna a es b” se puede expresar, según apetezca, en términos de a y b, $\bar{a}$ y $\bar{b}$, a y $\bar{b}$, o $\bar{a}$ y b, y lo mismo pasa con el hecho “alguna a es b”.

Pero el primer requisito para que un esquema lógico funcione bien es que no admita más variedad de expresión que la absolutamente necesaria. Un único hecho, en lugar de ser expesado, según apetezca, de cuatro formas distintas, como se hace en la vida real, debe ser expresado solamente de un modo. *Ahora, todo el funcionamiento posterior del proyecto lógico será completamente distinto según se elija como forma normal uno u otro de estos cuatro modos distintos de expresión.*

Por un lado, si todas las proposiciones se expresan usando cualquiera de las formas simétricas, no habrá distinción entre sujetos y predicados, de modo que unos y otros se tratarán de acuerdo con exactamente las mismas reglas; pero si se elige cualquiera de las formas no-simétricas, las reglas para sujetos y predicados serán todo el rato contrarias entre sí. Tomemos, por ejemplo, las reglas para la sub-declaración [*under-statement*]. A partir de "todas las $a + b$ son $c\,d$" se puede inferir que "todas las $b\,x$ son $c + y$ (donde x y y son cualquier cosa), pero no que "todas las $a + b + y$ son $c\,d\,x$", y lo mismo para la proposición particular correspondiente, "no todas las a son b" o "alguna a no es b". La regla es que, con esta cópula (y su negación), se puede eliminar un sumando o se puede insertar un factor en el sujeto, y se puede eliminar un factor o insertar un sumando en el predicado: una regla difícil de recordar. Con la otra cópula no-simétrica, la regla es exactamente la opuesta. Con cualquiera de las cópulas simétricas, solo hay que tener en cuenta una cosa para todo el complejo de términos. La combinación de dos proposiciones universales se obtiene sumando sus términos si se usa la cópula-0 y multiplicándolos si se usa la cópula-∞; decir que no hay ninguna $a\,b$ y a la vez no hay ninguna $c\,d$ es la misma cosa que decir que $(a\,b + c\,d)_0$, mientras que decir que todo es a o b y a la vez todo es c o d es decir que $_\infty(a + b)\,(c + d)$. Con las cópulas no-simétricas, los enunciados no se pueden combinar en absoluto (sin pérdida de contenido) excepto por transformación virtual en una de las cópulas simétricas, a menos que por casualidad tengan los mismos predicados o los mismos sujetos. El proceso de eliminación presenta diferencias de tratamiento correspondientes con las diferentes cópulas.

Es evidente que las distintas cópulas son tan diferentes como la noche y el día. Las cópulas simétricas tienen la inmensa ventaja, en cuanto a simplicidad, de que todos los términos que conectan desempeñan el mismo papel. La segunda cópula no-simétrica es meramente la obversa de la primera y no da lugar a una discusión separada. La primera, "toda a es b", tiene la importante consideración a su favor de que las proposiciones que se presentan naturalmente al lógico están ya, la mayoría de la veces, en esa forma. Este hecho da una aparente naturalidad a esta forma de expresión y, si solamente hubiera que afrontar cuestiones de dificultad moderada, se podría tomar como una consideración determinante. En cualquier tratado sobre el tema deben estrablecerse las reglas para trabajar con esta cópula, porque son la generalización del silogismo afirmativo de primera figura, y la primera figura siempre ha sido la especial favorita del lógico. Pero cuando las premisas son tan complicadas que de todos modos hay que hacer una buena cantidad de trasposiciones entre sujeto y predicado, no es sensato resistirse a la ligera falta adicional de naturalidad que supone el poner todos los términos en el sujeto o en el predicado, si se tiene en cuenta la gran cantidad de energía mental que se libera por el hecho de que ya no hay que estar pendiente de distintos modos de tratar los términos según en qué lugar aparezcan.

Cuando el Sr. Venn decía que solamente hay un sistema de lógica, parece (por una nota) que únicamente tiene en la cabeza a Jevons como un supuesto constructor de otro sistema; y el trabajo de Jevons en Lógica Simbólica ciertamente no constituye un sistema, sino que meramente equivale a la ausencia de un sistema. Después de él, el Sr. Keynes ha publicado su tratamiento de la cópula no-simétrica, y dice en su prefacio que tiene una deuda especial con el Sr. Venn: "no meramente por sus escritos publicados, sino también por las valiosísimas sugerencias y críticas que me ha hecho cuando este libro estaba en elaboración". De esto quizá se podría haber inferido que el Sr. Venn es ahora consciente de que los problemas más difíciles de la Lógica Simbólica se pueden resolver con otras cópulas distintas de la negativa simétrica, si no fuera por lo último que ha dicho sobre el tema (*Empirical Logic*, 1889, p. 230): "De hecho, no se pueden combinar grupos de proposiciones realmente complicadas, ni su resultado neto puede ser completamente determinado, con ningún otro esquema desarrollado hasta ahora". Esto, ciertamente, es una declaración mucho más moderada que la anterior, y es también cierto que la combinación completa se lleva a cabo con menos facilidad con cualquiera de las cópulas no-simétricas que con las otras; pero las dos cópulas simétricas están exactamente en igualdad respecto a la facilidad de combinación completa, y la Lógica de la afirmativa fue desarrollada completamente, hace seis años, por el Sr. Mitchell. El Sr. Keynes también da (sin percibir su importancia) todo que es realmente necesario para la Lógica de las proposiciones (universales) que comienzan con "todo es".

Puesto que el carácter de un sistema de Lógica queda absolutamente determinado por el carácter de la cópula que se elige para representar sus proposiciones, se sigue que hay cuatro posibles sistemas de Lógica esencialmente distintos, siempre que la forma elegida para la expresión de la proposición particular sea la negación simple de la universal, es decir, siempre que se tomen para combinar dos proposiciones de la misma columna de la tabla. Pero esto no es necesario, pues podría ocurrir que se obtuviera alguna ventaja al combinar una particular de una pareja con una universal elegida de otra pareja y, de hecho, ha ocurrido que se ha obtenido una gran ventaja por este medio. Con este grado de libertad, hay dieciséis posibles sistemas de Lógica, a saber, cualquiera de las cuatro proposiciones universales, en combinación con cualquiera de las cuatro proposiciones particulares, se pueden tomar como la forma estándar de expresión. ¿Han sido ya desarrolladas estas dieciséis formas de Lógica Simbólica? Virtualmente, sí (o, al menos, todas las que podrían ser de algún interés) y ya no hay por tanto posibilidad de que nadie invente un nuevo sistema de Lógica.

1. La cópula elegida por Boole era la cópula simétrica negativa, "ninguna a es b" o "no hay ninguna a b", que escribimos $a\ b = 0$. Este enunciado tiene realmente la naturaleza de una proposición, "a que es b *es* no-existente", no la de una ecuación, y ocurre que la forma ecuacional de expresión, además de no acercarse a la naturaleza real de la cosa que hay que expresar, tuvo el efecto desafortunado de hacer a la gente pensar que el asunto era más matemático de lo que era, y por tanto, más desagradable. Como proposición particular Boole tomó la negación inmediata de la universal: "alguna a es b"; pero la Lógica de la proposición particular compleja y de sus combinaciones (conjuntiva y disyuntiva) con la proposición universal, él no la desarrolló en absoluto. Hay que reconocer que el método adicional de Boole para computar tiene mucho mérito como primer intento, pero es difícil de manejar y (para quien no se dedique a las matemáticas) misterioso en grado máximo. Schröder es quien ha dado la forma final a la Lógica de esta cópula[3], y su tratamiento de la materia debería haber superado por completo al de Boole. Que no haya sido así sin duda se debe al accidente de que todavía no ha tenido un comentador en inglés. El Sr. Venn hace alguna alusión a Schröder, pero solamente a su adopción del plan no-

[3] Der Operationskreis der Logikkalkuls. Leipzig, 1877.

excluyente para la adición lógica, que es una característica no esencial, aunque encomiable, de su método. Llama mucho la atención que el Sr. Venn no parece advertir que el problema de la Lógica ha sido resuelto de modo completo y admirable por Schröder. Su regla de eliminación equivale exactamente a la misma cosa que la de Boole, desde la necesidad del asunto, y sin embargo el Sr. Venn puede decir de la regla de eliminación que "no parece que pueda introducirse [en el caso de la adición no-excluyente] salvo con restricciones que casi suponen no usarla en absoluto". Schröder ha conseguido en unas pocas páginas, y con admirable simplicidad y cercanía a los procesos reales de razonamiento, lo que Boole había convertido en un viaje muy tortuoso. Quien al enseñar Lógica todavía piense que es necesario exponer los laboriosos métodos de Boole (por motivos que no sean meramente históricos) está haciendo a sus estudiantes un daño serio.

Yo he añadido la lógica de la proposición particular correspondiente[4] al desarrollo de Schröder de la lógica de "ninguna *a* es *b*". El tema queda en un estado muy incompleto cuando la proposición particular no se discute. El Sr. Keynes dice (*Formal Logic*, p. 313): "Las proposiciones particulares no son en sí mismas de gran valor; y pueden meternos en cuestiones problemáticas de 'existencia'". Pero una proposición universal no se puede negar de modo simple salvo por medio de una particular, y sería un mundo argumentativo muy peculiar aquel en el que no se permitiera entrar en una discusión a quien quisiera negar algo que se haya dicho alguna vez. Las proposiciones particulares no suelen, en la vida real, darnos información que sea interesante en sí misma, desde un punto de vista científico; pero constantemente nos dan información que es de gran importancia para protegernos de una creencia en proposiciones universales que se han supuesto verdaderas. A quien haya estado en peligro de basar su conducta en la premisa "todos los católicos son seguidores del Anticristo" le influirá mucho, lógicamente, el descubrimiento de que "algunos católicos son santos".

Tampoco hay nada necesariamente problemático en la cuestión de la existencia. El significado implícito [*import*] de la proposición particular "alguna *a* es *b*" es afirmar la existencia del compuesto *ab*, y por tanto de sus elementos *a* y *b*. Las proposiciones particulares, por tanto, siempre afirman la existencia de sus términos (o de una disyunción de sus términos) cuando se expresan de este modo. El significado implícito [*import*] de la proposición universal es, en todos los casos, negar la existencia de un compuesto, pero no afirmar la existencia o la no-existencia de sus elementos. Si, en un caso particular, se conoce, por consideraciones externas, que de hecho está envuelta la existencia del sujeto, este hecho se puede declarar (y razonar a partir de él) como una proposición separada: a saber, una proposición particular, una afirmación de existencia, "hay algunas *a*'s". Todas las consecuencias de estas convenciones respecto a la existencia se llevan a cabo de modo perfectamente fácil, y toda álgebra, por tanto, que no esté preparada para la introducción de particulares (es decir, que no permita la negación de universales) es totalmente e innecesariamente incompleta.

La cópula "ninguna *a* es *b*" podría haberse combinado con cualquiera de las otras tres formas particulares de expresión. Su combinación con "no todas menos *a* son *b*", en lugar de con "alguna *a* es *b*", daría lugar a un álgebra que sería exactamente

[4] Studies in Logic, by Members of the Johns Hopkins University. Boston, 1883, pp. 17-71.

dual respecto del álgebra del Sr. Mitchell (que sería exactamente igual, si se intercambiaran los *significados* de los símbolos para la adición y la multiplicación). Su combinación con cualquiera de las cópulas no-simétricas conduciría a una gran confusión en las reglas, sin singuna ventaja que lo compensara. Los silogismos

Ninguna x es p
No solamente s es x
No solamente p es no-s

y

Ninguna p es no-x
No solamente x es s
No solamente p es s

ilustrarán las reglas de eliminación con esta combinación de cópulas.

2. La lógica de la cópula afirmativa no-simétrica, "toda a es b", fue desarrollada en primer lugar por el Sr. Maccoll[5]. No hay nada más extraño, en la historia reciente de la Lógica en Inglaterra, que la ausencia de reconocimiento que han sufrido las obras de este autor. El hecho de que sus contribuciones hayan aparecido en una revista a la que no suelen hacer referencia los lógicos (su breve artículo en *Mind* no hace justicia a su método), el hecho de que no estaba familiarizado con las obras de Boole, y el accidente añadido de que consideraba una cuestión importante leer "toda a es b", que él escribía $a : b$, con las palabras "el enunciado de que una cosa es a implica el enunciado de que es b", todo ello contribuyó sin duda a hacerlo extraño a escritores formados en las escuelas habituales de lógica. El hecho de que la naturaleza de la conexión entre los términos en "toda x es y" y entre las proposiciones en "a es b es-siempre-seguido-por c es d" es exactamente la misma, y debe manifestarse en idénticas reglas formales del método, no tiene nada que ver con las *palabras* con las que se puedan expresar la proposición y la secuencia. Pero si no hubiera sido por este infortunio accidental, parece increíble que los lógicos ingleses no hayan visto que toda la tarea cumplida por Boole ha sido cumplida por Maccoll con mucha más concisión, simplicidad y elegancia; y, lo que es un aspecto interesante, en términos de esta cópula que es con creces la que más se usa en la vida cotidiana.

El Sr. Keynes ha re-escrito toda la lógica de esta cópula (con la modificación insignificante de que prefiere usar la palabra impresa *or* en lugar del signo $+$), *sin siquiera una alusión al Sr. Maccoll*. Y el Sr. Venn dice (*Symbolic Logic*, p. 372, nota): "Después de un estudio cuidadoso [de este programa], ayudado por una larga correspondencia con el autor, soy incapaz de encontrar mucho más en él que la introducción de un nuevo esquema notacional para expresar ciertas modificaciones y simplificaciones de una parte del sistema de Boole". Pero el Sr. Maccoll ha resuelto completamente el problema de la lógica: transformar las proposiciones multiformes de la vida real en una única forma estándar de expresión, condensar la información que nos interesa eliminando ciertos términos que no nos importan y enunciar la información que queda en la forma de cualesquiera términos que casualmente queramos ver descritos. La parte de la lógica de Boole que el Sr. Maccoll no discute son las operaciones inversas; pero estas son una parte superflua del proyecto. Si

[5] Proc. London Math. Soc., Vols. IX, X, XI, 1877-80.

alguien quisiera ofrecer algo de ellas, por pura curiosidad ociosa, debería hacerlo en un apéndice o en una nota; incluso en Boole sirven meramente para oscurecer el proceso real de pensamiento, y el razonamiento real, sea formal o no, sigue su camino, completamente ajeno a su existencia.

El Sr. Maccoll elige para la expresión de sus proposiciones particulares la negación simple de sus universales, y las escribe, con toda propiedad, con el signo de negación pegado a la cópula afirmativa; pero no discute su tratamiento en casos de ninguna complejidad. Tampoco lo hace el Sr. Pierce [*sic*], que ha trabajado independientemente la lógica de esa misma cópula (al menos, su Cuarto Proceso[6], que es la regla para la eliminación, concierne solamente a proposiciones universales, y su Sexto Proceso no es verdadero de ambas proposiciones, a menos que "tomadas juntas" quiera decir *tomadas en combinación si son universales y tomadas en alternación si son particulares*. La combinación de la universal "toda no-*a* es *b*" con "no solamente *a* es no-*b*" como su negación, daría lugar a un álgebra en la que las reglas para la eliminación entre una proposición universal y una particular serían exactamente las mismas que las reglas para la eliminación entre dos universales. Esta universal combinada con cualquiera de las particulares simétricas no sería interesante.

3. La cópula negativa no-simétrica "ninguna excepto *a* es *b*" daría lugar a un álgebra en la que todo sería exactamente lo opuesto del álgebra de "toda *a* es *b*".

4. Queda el álgebra de la cópula afirmativa simétrica ("toda excepto *a* es *b*" o "todo es *a* o *b*"). Esta fue admirablemente desarrollada por el Sr. Mitchell, profesor de matemáticas ya fallecido del Marietta College, cuando pertenecía a la Universidad Johns Hopkins[7]. Su álgebra habría sido exactamente como el álgebra de "ninguna *a* es *b*", con la excepción de que la adición y la multiplicación estarían intercambiadas en todo lugar, si no hubiera él tenido, por primera vez, la idea extremadamente feliz de combinar con su proposición universal una particular tomada de un encabezamiento distinto de la tabla, a saber, la idea de desarrollar el álgebra de la combinación

Todo es a o b,

Algo es $\bar{a}\ \bar{b}$.

Con esta estrategia, las reglas para la combinación y la eliminación (en los casos en los que es posible efectuarlas) son exactamente las mismas, ya sean las proposiciones universales o particulares. Esta circunstancia da a esta álgebra una ventaja muy grande sobre cualquier otra que pretenda combinar una proposición universal con su negación inmediata como particular. Es una ventaja que comparte con la combinación

Ninguna a es b,

No toda excepto $\bar{a}$ es $\bar{b}$.

[6] Am. Jour. of Mathematics, Vol III. (1880), p. 39.

[7] Studies in Logic, pp. 72-106.

Y, para proposiciones simples, esta funcionaría igual de bien que aquella; pero para proposiciones compuestas, que ahora pasaremos a considerar, resulta que esta última pareja de formas de expresión es decididamente antinatural.

Los cuatro tipos de proposición universal compuesta, cuando son expresadas completamente, son (si *P* y *Q* están por proposiciones):

A Si *P* es verdadera, *Q* es verdadera.

∀ Solamente cuando *P* es verdadera es verdadera *Q*.

E Nunca cuando *P* es verdaera es verdadera *Q*.

Ǝ A menos que *P* sea verdadera, *Q* es verdadera (o: "Lo posible" implica que *P* es verdadero o que *Q* es verdadero).

A y *E* son las formas más comunes de hablar para proposiciones simples, pero, por un curiosísimo accidente del lenguaje, no son *A* y *E* sino *A* y *Ǝ* las formas elegidas para proposiciones compuestas (o secuencias, como se les podría llamar), y es tan grande su preponderancia que tenemos una forma elíptica de hablar para ellas: "Si *P*, entonces *Q*" y "*O* bien *P* o bien *Q*" (es decir, "si *a* es *b*, entonces *c* es *d*" y "o bien *a* es *b* o bien *c* es *d*"). Son, además, por extraño que pueda parecer, las únicas formas de proposición compuesta que han sido alguna vez tratadas por el lógico, pero además es tan grande la aparente dificultad de estas formas, para quien no haya sido entrenado en Lógica Simbólica, que un escritor muy reciente de un manual de hecho supone que

O bien *A* es *B* o bien *C* es *D*

y

O bien *A* es *B* o *C* a veces no es *D*

son proposiciones que son la una la negación de la otra.

Las negaciones correctas de los cuatro modos de decir una y la misma cosa son las siguientes (son, por supuesto, secuencias *particulares*):

	UNIVERSAL		PARTICULAR
Ǝ	O bien algunas deben bailar o bien todas deben cantar	ə	No es necesario que o bien alguna baile o bien todas canten.
A	Si ninguna baila, todas deben cantar.	a	Si ninguna canta, no todas tienen que cantar.
∀	Solamente si alguna baila puede alguna no cantar.	ɐ	No solo cuando alguna baila puede alguna no cantar.
E	No está permitido que ninguna baile cuando algunas no cantan.	e	Ninguna puede cantar a la vez que alguna puede no cantar.

Las *palabras* que hay que elegir son distintas según que la secuencia sea una cuestión de seguirse en sentido lógico o en sentido meramente material (en un caso se prefiere, por ejemplo, empezar A con "si", en el otro con "cuando"); pero la *conexión* entre las dos proposiciones es, en ambos casos, del mismo tipo formal, y está sujeta al mismo tratamiento simbólico. De la pareja de expresiones del Sr. Mitchell,

Ǝ O bien ningún *a* es *b* o algún *c* es *d*.

ə A veces algún *a* es *b* y ningún *c* es *d*
(o: puede ser que algún *a* sea *b* y *a la vez* que ningún *c* sea *d)*,

ocurre que la universal es una de las dos más naturales y la particular es la más natural de todas. Esto, por supuesto, no es verdadero de sus proposiciones simples; "todo es o bien no un rey o bien un tirano" es la menos frecuentemente natural de todas las formas de expresión. Sería interesante explicar, si se pudiera hacer, por qué las relaciones de términos y las relaciones de proposiciones han caído, en la vida real, en surcos tan distintos por lo que respecta a la expresión.

Lo que espero haber mostrado es que dos sistemas de lógica no se convierten en el mismo sistema por el hecho de que los dos son métodos sistemáticos de procedimiento, ni siquiera por el hecho de que los dos expresan la parte común y el agregado de dos términos del mismo modo; que dos sistemas que tienen en todos los aspectos distintas reglas de procedimiento, basadas en las diferencias fundamentales de sus cópulas, son, en cualquier sentido natural de la frase, distintos sistemas; que hay dieciséis posibles formas distintas de lógica simbólica, las combinaciones de cualquiera de las cuatro proposiciones universales con cualquiera de las cuatro particulares; que ocho de ellas (las combinaciones de una forma simétrica con una no-simétrica) carecen por completo de interés (es decir, producen confusión sin conseguir naturalidad); que, de las otras ocho, lo más natural parecería ser la combinación de cada universal con la particular que la niega directamente, pero que la combinación con la *otra* particular (la que tiene la misma simetría) tiene la grandísima ventaja, como método de trabajo, de ofrecer un único conjunto de reglas para tratar con las particulares y las universales; que ningún sistema de lógica está completo si no tiene en cuenta las proposiciones particulares; que el sistema lógico del Sr. Mitchell combina naturalidad con facilidad de manipulación (para proposiciones compuestas además de simples) en un grado más alto de lo que es posible para cualquier otro sistema; y, en primer lugar, que la falta de interés en la Lógica Simbólica que los lógicos están contentos de sentir es inaceptable y está basada en una concepción equivocada de su naturaleza.