

## Annexe I.

### RAPPORT DE LA COMMISSION DU PENDULE.

#### Circulaire de Mr. le Dr. Baeyer, président.

Le Bureau central de l'Association géodésique avait fait construire par MM. *Repsold* à Hambourg un pendule à réversion destiné aux déterminations de l'intensité de la pesanteur. Cet appareil a été décrit dans la publication de l'Institut géodésique royal prussien intitulée „Astronomisch-geodätische Arbeiten im Jahre 1870“ publiée par Mr. *Brühns*, Leipzig 1871 (pages 110—116).

Des observations ont été faites avec cet appareil: à Gotha, sur le Seeberg, sur l'Inselberg, à Berlin, Leipzig, Dresde, Freiberg, Bonn, Leyde, Mannheim et sur le Rugard (Ile de Rügen). Mais dans les nombreux transports auxquels ce pendule a été soumis, il a subi quelques modifications de forme et quelques altérations. De plus l'expérience a prouvé que sa construction laissait à désirer à certains égards, de sorte que le Bureau central a l'intention de faire construire un nouvel appareil pour lequel on tiendra compte de toutes les expériences faites jusqu'ici et dans lequel on éliminera toutes les causes d'erreurs connues, afin qu'il réponde aux exigences de la science actuelle. Pour atteindre ce but, le Bureau central a fait un résumé

- 1° Des doutes qu'il a sur l'exactitude de son appareil;
- 2° Des conditions qu'il est à désirer que le nouvel appareil remplisse;
- 3° Des procédés par lesquels on pourrait, d'après lui, satisfaire à ces conditions.

1° *Doutes qu'inspire l'exactitude du pendule de Repsold dont le Bureau central est en possession.*

L'expérience nous a prouvé que les avantages que promettait un pendule d'un mètre de longueur étaient contrebalancés par d'assez graves inconvénients, et tout d'abord qu'un appareil aussi long était peu maniable et difficile à transporter.

La nécessité de suspendre le pendule au moyen d'un trépied est aussi une

source d'erreurs, parce que le pendule en oscillation communique toujours un mouvement oscillatoire au trépied auquel il est fixé et qu'il en résulte une perturbation dans la marche du pendule. Il est vrai qu'on peut atténuer cette action perturbatrice en raccourcissant le pendule et en diminuant son trépied; mais il reste toujours douteux que l'influence soit entièrement éliminée.

Puis le degré d'exactitude du résultat final est aussi fortement influencé par la mobilité des couteaux, à laquelle on peut attribuer la cause de variations de différentes sortes.

Enfin, le thermomètre métallique change son zéro par le fait du transport, et par suite ne donne plus des résultats dignes de confiance. La cause de cette variation doit être probablement cherchée dans l'ébranlement produit dans l'appareil par les transports en chemin de fer.

2° *Conditions qu'il est à désirer que remplisse le nouvel appareil de pendule.*

Les déterminations d'intensité de la pesanteur devront, à l'avenir, être exécutées beaucoup plus fréquemment qu'elles ne l'ont été jusqu'à présent, pour rechercher les causes des déviations de la verticale.

Quand une déviation de la verticale est produite par des couches voisines plus denses, elle est accompagnée d'une augmentation de l'intensité de la pesanteur. Quand elle est produite par des couches moins denses elle correspond à une intensité moindre de la pesanteur. Il est donc possible, lorsqu'une déviation de la verticale est constatée, de décider, par des observations de pendule, lequel des deux cas se présente. Mais comme il s'agit de la détermination de très petites quantités, il faut se servir, pour la construction du nouveau pendule, de toutes les ressources que fournissent la science et la technique actuelles. Il faudra en particulier que l'appareil remplisse les conditions suivantes :

1° Il doit être aussi simple et aussi solide que possible, de manière à ne pas risquer d'être détérioré par l'usage et par le transport.

2° Son installation ne devra pas être trop difficile et l'observation devra être aisée et ne pas exiger trop de temps.

3° Il devra être construit de telle manière que le degré d'exactitude fourni jusqu'ici par les appareils de même espèce, soit surpassé le plus possible.

3° *Mesures proposées éventuellement pour satisfaire aux conditions énoncées ci-dessus.*

Les avantages que présente un pendule à réversion sont universellement reconnus, mais il n'en reste pas moins vrai que la mesure de la distance des couteaux et celle de la position du centre de gravité sont des opérations très délicates qui exigent des appareils d'une grande précision. Il est donc évident que l'on ne pourra, dans des stations passagères, exécuter ces opérations avec les mêmes soins que dans des observatoires

-fixes. De plus, on ne peut pas compter sur une complète invariabilité de l'appareil, quand on le soumet à des transports d'une certaine étendue.

Le problème à résoudre peut donc se formuler de la manière suivante :

„Conserver les avantages du pendule à réversion et éviter les inconvénients qu'il présente dans les stations passagères.“

On peut admettre comme généralement valable le principe que dans toute détermination l'exactitude du résultat augmente dans le même rapport où sa généralité diminue. Si donc, dans les stations passagères, on abandonne la détermination absolue, il ne reste que la détermination relative et l'on est ramené à l'emploi du pendule invariable de *Bouguer*.

Le Bureau central aurait par conséquent besoin d'un nouveau pendule à réversion et d'un pendule invariable pour pouvoir exécuter les déterminations d'intensité de la pesanteur qui lui incombent.

Ces deux appareils devraient être employés de la manière suivante :

On placerait le pendule à réversion à une station centrale où l'on déterminerait la longueur absolue du pendule avec toute l'exactitude possible.

Le pendule invariable serait seulement employé aux stations passagères pour des déterminations relatives et on le comparerait avec le pendule à réversion, une fois avant, et une fois après chaque campagne. Par ce procédé on préserverait d'une part le pendule à réversion de toute influence nuisible et on contrôlerait d'autre part l'invariabilité du pendule employé aux stations passagères.

Il faudrait aussi chercher à élever le degré d'exactitude de la détermination de la durée des oscillations. On y arrivera en augmentant le poids de la lentille du pendule invariable. En effet, les amplitudes des oscillations diminueront alors moins rapidement et l'on pourra facilement déterminer la durée totale d'un grand nombre d'oscillations successives; on aura dans ce cas l'avantage que l'incertitude des enregistrements faits au commencement et à la fin d'une série se distribue sur un très grand nombre d'oscillations. L'augmentation du poids de la lentille contribuera aussi à diminuer la résistance que le pendule a à vaincre lorsque la pointe de platine passe à travers la goutte de mercure. Ce résultat pourrait aussi être obtenu en ne laissant s'enregistrer elles-mêmes qu'un petit nombre d'oscillations au commencement et à la fin d'une série de plusieurs milliers. En faisant les observations à toutes les stations dans des circonstances tout à fait analogues, un retardement, tel qu'il résulterait de l'application de cette méthode, ne pourrait exercer aucune action sur le degré d'exactitude du résultat final, par le fait que le montant de sa valeur serait contenu dans la formule de réduction au pendule à réversion.

Une autre condition fort importante est la détermination bien exacte de la température. Pour l'obtenir on dispose de trois méthodes :

- 1<sup>o</sup> Emploi du thermomètre à mercure,
- 2<sup>o</sup> Emploi du thermomètre métallique,
- 3<sup>o</sup> Emploi du procédé consistant à avoir deux pendules invariables de métaux



différents, à les faire osciller en même temps et à calculer la température par le rapport de leurs durées d'oscillation.

On pourrait aussi combiner les trois méthodes pour obtenir la température.

En appliquant la troisième méthode, on pourrait employer ou bien pour chaque pendule un appareil spécial d'enregistrement à deux bobines (une pour l'horloge, l'autre pour le pendule), ou bien un appareil d'enregistrement à trois bobines au moyen duquel les oscillations des deux pendules se marqueraient sur la même bande de papier.

La détermination de la longueur du pendule dans les tunnels et dans les mines a aussi une importance toute particulière. Mais les pendules de métal sont peu propres à ces déterminations parce qu'ils s'oxydent facilement et parce que l'humidité se condense à leur surface. Le premier inconvénient pourrait être évité en dorant le pendule; la possibilité d'éliminer le second reste incertaine. Le verre est la substance qui semble la mieux appropriée à la construction d'un pendule invariable ayant cette destination.

#### Rapport de Mr. le Dr. Bruhns.

Je me permettrai de présenter quelques réflexions à propos du rapport que vous venez d'entendre touchant la construction d'un nouvel appareil de pendule.

##### 1<sup>o</sup> Doutes qu'inspire l'exactitude du pendule de Repsold appartenant au Bureau central.

Je partage pleinement l'opinion qu'un pendule d'1 mètre de longueur est peu propre à être souvent transporté et je crois que les avantages que cette longueur promet par la comparaison avec le mètre normal sont plus que compensés par les inconvénients que font naître les transports.

Je considère comme très important d'étudier si le trépied est aussi mis en oscillation par le fait du mouvement du pendule et si ces oscillations du trépied peuvent influencer celles du pendule. Je crois cependant qu'avec un trépied suffisamment massif et en n'employant le pendule que comme instrument relatif, cette source d'erreurs ne doit guère entrer en ligne de compte.

Les couteaux mobiles me semblent présenter bien des inconvénients.

Quant au changement du zéro du thermomètre métallique, je crois qu'il pourrait être évité par un autre mode de fixation du thermomètre.

Je voudrais encore ajouter à la liste des défauts du pendule, l'oxydation de la tige et des couteaux, puis la manière dont on procède à l'emballage, soit du pendule, soit de son trépied, et qui devrait être modifiée.

##### 2<sup>o</sup> Conditions qu'il est à désirer que remplisse le nouvel appareil de pendule.

Il me semble aussi très désirable d'exécuter un grand nombre de déterminations de l'intensité de la pesanteur. Je partage les vues du rapport sur les trois points suivants :

1° Le pendule doit être aussi simple et aussi solide que possible de manière à ne pas risquer d'être détérioré par les transports.

2° L'installation et l'observation devront pouvoir être faites rapidement.

3° Le degré d'exactitude devra être le plus possible supérieur à celui qu'on atteint actuellement.

3° *Mesures proposées éventuellement pour satisfaire aux conditions énoncées.*

Je partage pleinement l'opinion qu'il faut revenir à l'emploi du pendule invariable.

J'approuve beaucoup l'idée d'installer le pendule à réversion dans une station centrale et de comparer à ce pendule un autre pendule transportable. J'espère d'ailleurs que l'invariabilité de ce dernier pendule sera assez grande pour que l'on n'ait pas besoin de procéder à plus de deux ou trois comparaisons dans le courant d'un même été.

La méthode de l'enregistrement automatique des oscillations au commencement et à la fin d'une série me semble très bonne; elle m'a donné des résultats très satisfaisants dans des essais que j'ai faits.

Quant à la grandeur des poids du pendule, je crois qu'on arrive bien vite à la limite qu'ils doivent atteindre si l'on ne veut pas avoir des instruments informes dans leurs dimensions. Je crois aussi qu'on obtiendra toujours un nombre suffisant d'oscillations en descendant jusqu'à celles d'  $\frac{1}{4}$  de degré d'amplitude.

Pour ce qui est de la détermination de la température, je combinerais simplement les trois méthodes. La fixation de deux ou trois thermomètres à mercure au trépied est très-facile. Il ne me semble pas non plus bien difficile d'y assujettir un thermomètre métallique. Enfin je considère comme très importante la troisième méthode consistant à faire osciller simultanément deux pendules invariables de métaux différents et dont les oscillations s'enregistreraient au moyen d'un appareil à deux ou trois ancres.

Je reconnais les avantages du pendule de verre, mais on ne peut nier qu'il ne soit très peu transportable à cause de sa fragilité. Or dès qu'un pendule se brise, les observations faites avec lui deviennent excessivement difficiles à contrôler. Je préférerais beaucoup l'emploi d'un pendule de laiton dur (Rothguss) et d'un autre d'acier, tous deux dorés et renfermés dans des cages en verre à fermeture hermétique. Si l'on introduit encore du chlorure de calcium dans ces cages, l'humidité disparaît et les pendules seraient ainsi établis dans des milieux aussi secs que possible. L'influence que ces milieux exercent sur la durée des oscillations pourrait être facilement déterminée par la comparaison des oscillations des pendules placés, l'un dans une des cages et l'autre à l'air libre. Il faudrait naturellement tenir aussi compte de la température et de la pression atmosphérique.

Pour la facilité du transport, des pendules d'un demi mètre de longueur me sembleraient les meilleurs.

### Rapport de la Commission géodésique Suisse.

Mr. *Hirsch* a soumis la circulaire du Bureau central à ses collègues de la Commission Suisse et en particulier à Mr. *Plantamour* qui, par suite des nombreuses expériences qu'il a faites sur le pendule à réversion, est très-compétent pour émettre une opinion sur les questions soulevées.

Mr. *Plantamour* est d'accord avec Mr. *Hirsch* pour croire que la plupart des inconvénients signalés par nos collègues allemands s'appliquent à un grand pendule d'un mètre, tandis que notre expérience n'est basée que sur les difficultés moindres d'un appareil plus court et moins pesant. Notre pendule à réversion a voyagé sur plusieurs sommets de montagnes dont quelques-uns n'étaient pas même accessibles aux voitures, et dont l'un se trouvait à 2000<sup>m</sup>, un à 1800<sup>m</sup> et deux à 1400<sup>m</sup> d'altitude; en outre il a été beaucoup charrié en chemin de fer, et cependant il n'a jamais éprouvé la moindre avarie.

Sans doute, on ne saurait prétendre que la distance entre les couteaux soit restée absolument la même pour toutes les stations; au contraire, les différences trouvées d'une station à l'autre dépassent l'incertitude des mesures, tout en étant renfermées dans des limites très restreintes; mais c'est précisément par ces mesures que l'on s'affranchit de l'incertitude des petites variations dans la distance des couteaux qui peuvent être occasionnées par le transport; tandis que pour le pendule dit invariable de *Bouguer*, on manque absolument de moyens de constater des variations dans sa longueur, s'il s'en produisait d'une station à l'autre. La possibilité de pareilles variations ne peut pas être contestée, malgré toute la solidité de la construction, en ayant égard aux changements moléculaires que le général *Baeyer* a constatés dans des règles métalliques. Et si la comparaison du pendule de voyage avec le pendule à réversion faite avant et après la campagne montrait une variation survenue dans le premier, comment pourrait-on savoir à quelle époque? car évidemment on n'aurait pas le droit de supposer la variation proportionnelle au temps entre les deux comparaisons.

Le comparateur de *Repsold* permet d'effectuer les mesures de l'intervalle entre les couteaux avec toute l'exactitude désirable; la seule difficulté qu'il offre est celle d'obtenir un éclairage suffisant pour le couteau supérieur, lorsqu'on veut mesurer la différence entre les couteaux éclairés sur un fond obscur. Mais on peut tourner cette difficulté et éliminer parfaitement l'effet de l'irradiation sur l'intervalle entre les couteaux, en mesurant la distance entre le couteau supérieur obscur et le couteau inférieur éclairé; or, celui-ci peut toujours être éclairé suffisamment. De même, la détermination du centre de gravité s'obtient avec l'appareil, construit dans ce but par Mr. *Repsold*, sans difficulté et avec une précision plus que suffisante.

D'après cela, Mr. *Plantamour* regretterait si, pour se mettre à l'abri d'inconvénients qu'il n'a pas rencontrés dans ses nombreuses expériences (celles faites au Simplon et au Gæbris ont donné des résultats encore plus satisfaisants que celles déjà publiées), on voulait renoncer aux avantages incontestables du pendule à réversion,



savoir la détermination sur place, dans chaque station, de la longueur du pendule, et surtout de l'élimination de l'influence de l'air soit au point de vue statique, soit au point de vue dynamique (remous, etc.). Car cette dernière influence s'élimine aussi bien que la diminution du poids dans l'air, par la différence entre la durée de l'oscillation dans les deux positions, à condition que l'amplitude moyenne des oscillations soit sensiblement la même dans les deux modes de suspension. Or, dès que l'on connaît approximativement le décroissement de l'amplitude dans les deux positions, il est toujours facile de satisfaire à cette condition dans des limites largement suffisantes, ainsi qu'il résulte des expériences faites *ad hoc* par Mr. *Plantamour*.

Enfin, on ne saurait admettre que notre appareil de *Repsold* ne satisfasse pas aux exigences de la science actuelle. Car dans chaque observation isolée, dans un mode de suspension, Mr. *Plantamour* a obtenu l'intervalle de temps de 2400<sup>e</sup> environ avec une erreur moyens de 0<sup>e</sup>.012, soit de  $\frac{1}{200000}$ ; et avec une moyenne de dix jours d'observations, il obtient pour la pesanteur une valeur dont l'erreur moyenne est de  $\frac{1}{300000}$  au plus, exactitude certainement suffisante.

Mr. *Hirsch* ajoute aux observations de son collègue encore quelques considérations sur des points soulevés dans le mémoire du bureau central. D'abord, la crainte que le trépied de suspension entre également en oscillation, à moins que ce ne soit un fait constaté par des observations directes, lui semble peu fondée; en effet, il ne peut pas être question d'oscillations proprement dites d'un corps d'une forme pareille, reposant sur trois points d'appui; ensuite le mouvement du pendule dont le moment mécanique est peu considérable à cause de sa faible vitesse, ne pourrait se communiquer au trépied que par le frottement du couteau sur le plateau; or, ce frottement est insignifiant, comme le montre la lenteur dans le décroissement de l'amplitude, causé presque totalement par la résistance de l'air.

Quant à la mobilité des couteaux, Mr. *Hirsch* croit qu'en effet on pourrait se dispenser de l'échange des couteaux, attendu que l'expérience de notre appareil a démontré que l'artiste parvient à les faire d'une forme suffisamment identique, et qu'on pourrait les fixer d'une manière solidaire à la tige, parce que le défaut de parallélisme s'élimine par le retournement horizontal du pendule. La détermination exacte de la température réelle du pendule semble aussi à Mr. *Hirsch* constituer une des principales difficultés de l'opération, difficulté qu'il ne faut cependant pas exagérer. En effet, une incertitude de 0<sup>e</sup>.2 sur la température ne donne lieu qu'à une incertitude au-dessous de  $\frac{1}{400000}$  sur la longueur d'un pendule en laiton, et si l'on a soin d'opérer dans une enceinte dans laquelle la température varie peu, on pourra certainement réduire au-dessous de 0<sup>e</sup>.2 l'incertitude sur la température du pendule à l'aide de thermomètres placés convenablement. La plus grande difficulté consiste dans la détermination du coefficient de dilatation qui doit être faite, le pendule étant suspendu, et non dans une position horizontale; à défaut d'appareils *ad hoc*, on doit recourir à la comparaison d'observations faites en hiver et en été. Mais en tout cas, le moyen de déterminer la température que propose l'auteur de la notice, semble à Mr. *Hirsch* non seulement

inadmissible théoriquement, puisque avec la faible différence des coefficients de dilatation des métaux qu'on pourrait employer, l'incertitude des données d'où il faudrait déduire les variations de température, rendrait cette détermination incertaine; mais il est encore pratiquement impossible, parce qu'il faudrait, pour placer les deux pendules dans la même température, les rapprocher tellement qu'ils s'influenceraient mutuellement par le mouvement de l'air et le remous, et que leur observation simultanée serait impossible.

Car l'emploi de l'enregistrement automatique semble à Mr. *Hirsch* devoir être abandonné complètement pour tout genre d'observations de précision de pendule; non seulement la résistance mécanique des contacts est nécessairement variable, même pour une pointe de platine passant par une goutte de mercure, dans laquelle elle plongera plus ou moins suivant la température; mais surtout à cause de l'influence très considérable que l'intensité du courant et par suite l'énergie de l'attraction électrique exerce sur la marche du pendule, influence mise en évidence par les nombreuses expériences faites avec toutes les espèces d'horloges électriques, dans lesquelles on a essayé de faire faire le contact par le pendule même. Mr. *Hirsch* envisage comme un axiome, que les pendules servant à la détermination de la pesanteur ne doivent être chargés d'aucune fonction, soit mécanique, soit électrique.

Malgré toutes ces observations, l'idée principale de la notice, d'utiliser le pendule de *Bouguer* pour des observations relatives qu'on réduirait par comparaison au pendule à réversion, mérite certainement d'être expérimentée, surtout en vue des observations dans les tunnels et les mines, où l'emploi du pendule à réversion pourrait offrir en effet des difficultés pratiques.

#### Rapport de Mr. le Dr. d'Oppolzer.

1) Le trépied démontable que *Repsold* a construit pour le pendule qu'il a livré à la Commission géodésique autrichienne, a considérablement facilité le transport de ce pendule. On ne saurait reprocher à cet appareil de n'être pas assez maniable et les avantages qu'il offre maintenant par le fait qu'il représente à peu près l'unité de longueur et l'unité de temps, sont si grands que je ne voudrais pas m'écarter des dimensions qu'on a adoptées pour lui.

2) Une déviation latérale de la partie supérieure du trépied causée par le mouvement du pendule me semblait *a priori* peu probable et je n'ai pas pu observer qu'elle se présentât réellement. Le trépied démontable présente en effet un haut degré de solidité et il faudrait employer des forces considérables pour produire une déviation sensible. Or les oscillations du pendule ne peuvent jamais mettre en jeu des forces considérables capables de faire glisser les couteaux sur le plan où ils sont placés. Si ces glissements se présentaient, la possibilité d'employer l'appareil de pendule serait sérieusement mise en question, mais une observation attentive des plans où reposent les couteaux, faite avec une loupe ou un microscope après une série d'oscillations du pendule, a démontré que les couteaux ne glissaient pas de côté d'une manière appréciable.



3) Je considère comme très important d'éliminer l'état particulier des couteaux au moment de l'observation par le retournement des couteaux et je ne crois pas qu'il y ait rien à redire à la manière dont les couteaux sont assujettis.

4) J'ai souvent expérimenté que les transports faisaient subir au zéro du thermomètre métallique des écarts appréciables, mais que la valeur du degré restait toujours constante. Or la détermination du zéro à l'aide d'un thermomètre à mercure ne présente aucune difficulté lorsqu'on connaît la valeur du degré. Cependant en considération du fait que la marche de la température n'est pas donnée d'une manière identique par le thermomètre à mercure et par le thermomètre métallique, je serais porté à ne pas faire abstraction des lectures du thermomètre métallique.

5) Tout en étant en général d'accord avec les vues développées dans le rapport de Mr. *Baeyer*, je crois cependant devoir exposer mon opinion particulière sur certains points. Il me semble que la mesure de la distance des couteaux et la détermination du centre de gravité peuvent être obtenues sans difficulté, même dans une station passagère, avec une exactitude de même ordre que celle que l'on atteint pour la mesure des oscillations. Il faut réfléchir en effet combien facilement on détermine la distance à 0.01 millimètre près et combien il est difficile d'obtenir une exactitude correspondante pour la durée de l'oscillation. L'incertitude me paraît beaucoup plutôt provenir des données incomplètes que l'on possède sur la température; la constance de la température est en effet un desideratum qui sera toujours très difficilement réalisé dans les stations passagères.

Je passe maintenant à la proposition qui a été faite d'augmenter le poids du pendule et dois convenir que je ne crois pas que l'augmentation correspondante de l'intervalle de temps assure à la mesure une beaucoup plus grande exactitude. Il me semblerait beaucoup plus convenable de déterminer la température à plusieurs reprises pendant les oscillations, détermination que l'état actuel de l'appareil ne permet pas de faire. Il resterait cependant toujours le doute de savoir si le thermomètre métallique et le thermomètre à mercure donnent une mesure certaine de la température de l'appareil.

J'estime d'ailleurs qu'une augmentation considérable du poids du pendule n'est pas sans inconvénients, et je voudrais attirer votre attention sur le fait qu'il ne faut pas faire supporter une trop grande charge aux couteaux, ceux-ci devant être considérés comme des lignes mathématiques dans la réduction des observations. L'une des sources d'erreurs dans l'appareil de pendule est à mon avis la circonstance que les tranchants des couteaux employés pour les mesures ne peuvent pas être sans autre assimilés aux axes de rotation. Je ne regarde pourtant pas cette source d'erreur comme assez importante pour pouvoir expliquer complètement les fortes différences qui existent entre les déterminations les plus récentes et les valeurs obtenues par *Bessel*. Toutefois il est certain qu'en éliminant la source d'erreurs que je viens d'indiquer, il en résultera d'une manière générale une diminution des différences susmentionnées. Cette erreur tient sans doute tout d'abord à ce que les couteaux ne sont pas complètement rectilignes, même quand ils ne sont pas chargés; en outre ils ne peuvent manquer

de se modifier et de s'émousser quelque peu par suite du poids du pendule qui repose sur eux au moment de l'observation. J'ai exprimé à *Repsold* mes appréhensions à ce sujet et je lui ai soumis diverses propositions pour arriver à déterminer cette cause d'erreur. *Repsold* a approuvé l'une de ces propositions et m'a construit un appareil auxiliaire qui me fait l'effet de répondre complètement à sa destination. Son principe est d'ailleurs, comme j'en ai fait la remarque ultérieurement, d'accord avec une idée émise par *Bessel*. Voici en gros en quoi consiste cet appareil. On applique légèrement un petit rouleau susceptible de tourner contre le couteau à la place où se fait la lecture au moyen du microscope. L'axe de rotation de ce rouleau se trouve parallèle au couteau et supporte un bras de levier un peu plus long dont on peut mesurer les mouvements à la surface terminale aussi à l'aide d'un microscope. Si le couteau n'est pas réellement l'axe de rotation du pendule, on s'en apercevra immédiatement; car les oscillations du couteau imprimeront au rouleau un mouvement qui se transmettra au levier et qu'il sera facile d'apprécier au moyen du microscope. Les dimensions de l'appareil étant connues, il sera aisé d'en déduire la position véritable de l'axe de rotation. Les erreurs qui résultent d'une forme défectueuse des couteaux peuvent être facilement déterminées par l'emploi d'un petit niveau.

Je saisis également l'occasion d'attirer ici votre attention sur le fait que la réduction à l'arc infiniment petit, semble s'écarter légèrement de l'état de choses réel. En effet les résultats obtenus au moyen de diverses séries d'observations, faites avec des arcs d'oscillations différents présentent de petites divergences qui paraissent être en rapport avec les amplitudes d'oscillation.

Je désire encore me prononcer contre le mode d'enregistrement qu'on nous propose, et cela pour les motifs suivants. Il me semble d'abord qu'il ne convient pas de troubler la marche régulière des oscillations par l'application de ce procédé. Toutefois j'accorde qu'en établissant le contact seulement au commencement et à la fin de la série d'observations, les inconvénients ne seront pas très grands; j'ai moi-même exécuté des séries d'observations de ce genre à titre d'essai et j'ai employé précisément cette méthode. Mais je dois avouer que les résultats que j'ai obtenus ne m'ont point encouragé à persévérer dans cette voie. Je me suis simplement servi d'un appareil de contact très léger et très délicat sur lequel le pendule venait agir et qui à son tour mettait en jeu l'appareil d'enregistrement. Dans la méthode qui nous est proposée, un courant électrique parcourt le pendule tout entier. Celui-ci donc, étant donné le magnétisme terrestre, se trouve soumis à d'autres forces que la pesanteur seule. En outre les couteaux doivent être employés pour conduire le courant électrique, à moins d'introduire dans l'appareil de nouveaux éléments incommodes, et risquent alors justement d'être endommagés par la rouille, à un plus haut degré, aux places les plus importantes. Je préfère de beaucoup la méthode qui consiste à observer les coïncidences et je crois pouvoir affirmer par expérience qu'elle est infiniment plus exacte et qu'en tous cas on peut l'employer sans troubler le mouvement du pendule. Les arrangements à prendre dans ce but seraient à vrai dire très compliqués si je n'avais



introduit l'usage d'un appareil dont je dois l'idée à Mr. le Dr. *Ludwig Gruber*, assistant de la Commission géodésique autrichienne. Cet appareil a été décrit par son inventeur dans une dissertation qui a été soumise à l'Académie impériale des sciences de Vienne mais qui n'a pas encore été publiée. Voici en peu de mots en quoi consiste cette invention. On dirige sur l'appareil du pendule une lunette dont l'objectif est fermé par un couvercle percé d'une fente large de 1.5 millimètres. Devant cette fente se trouve une plaque munie également d'une fente et qui est rapidement amenée devant l'objectif au moyen d'un électro-aimant mis en action par les contacts du pendule de l'horloge. Au moment où les deux fentes se superposent, on obtient une image instantanée du pendule et l'on note les moments où le pendule semble atteindre la position de repos à l'instant du contact. Cette méthode suppose, il est vrai, que le pendule de l'horloge a une durée d'oscillation à peu près égale à celle du pendule à réversion, afin d'obtenir commodément des coïncidences. Un pendule d'un mètre satisfait très suffisamment à cette condition. Les élongations des images instantanées s'observent ainsi de la manière la plus précise et cet appareil assure à la détermination des amplitudes un très haut degré d'exactitude.

#### Rapport de Mr. le Dr. C. A. F. Peters.

Comme j'ai déjà eu l'honneur de le communiquer précédemment, je suis parfaitement d'accord avec Mr. *Baeyer* sur la proposition de n'employer le pendule à réversion qu'en quelques points principaux d'un réseau de triangles et, pour les autres points, de se servir d'un pendule invariable. Je me permettrai de développer ici mes idées sur ce qui a rapport à ce dernier appareil en tant qu'elles ne coïncident pas exactement avec les vues énoncées dans le rapport de Mr. *Baeyer*.

Dans le cas où un pendule, même battant la seconde, ne pourrait pas être construit assez solidement pour pouvoir être en toute sécurité transporté d'une station à une autre, on aurait au moins l'avantage d'être à même d'appliquer la méthode des coïncidences à la comparaison de ses oscillations avec celles d'une horloge. Cette méthode est d'après *Bessel* celle qui donne la plus grande exactitude. Mais si l'on préfère ne pas l'employer, je proposerais d'observer avec une lunette les instants où le pendule passe par la verticale en se servant de la méthode d'enregistrement. En tous cas je ne saurais recommander le procédé consistant à faire passer la pointe du pendule à travers une goutte de mercure, même lorsqu'on n'observe qu'un petit nombre d'oscillations. On aurait en effet dans ce cas à faire à une source d'erreurs dont il faudrait d'abord rechercher l'influence par des observations spéciales.

Pour ce qui est de la détermination exacte de la température du pendule, détermination qui est de la plus haute importance, comme le fait très justement remarquer Mr. *Baeyer*, on aura particulièrement à considérer les circonstances suivantes.



La température varie dans l'espace dans lequel oscille le pendule à un moment donné, non seulement avec la hauteur, mais aussi à la même hauteur à de petites distances du pendule, et cela de quantités qui ne sont point insensibles. En outre, la température de l'intérieur d'un morceau de métal est généralement différente d'une quantité mesurable de la température de l'air ambiant. Il serait donc désirable pour l'installation des thermomètres de placer des deux côtés du pendule en oscillation à la même distance et aussi près de lui que possible deux pendules immobiles de même nature et de mêmes dimensions. Puis on introduirait dans chacun de ces pendules les boules de quatre thermomètres dont le premier devrait être placé à la partie supérieure de l'appareil, le second au milieu, le troisième à la limite supérieure de la lentille et le quatrième au milieu de la lentille. Ces pendules accessoires pourraient naturellement être travaillés assez grossièrement pour que les frais résultant de leur construction soient peu considérables.

Pour préserver les métaux de l'oxydation on se sert maintenant quelquefois du nickelage et ce procédé a été employé avec avantage même pour les appareils destinés à des expériences dans l'eau de mer. On pourra donc, sans aucune doute, l'appliquer aussi avec succès aux pendules de métal destinés à des mesures dans les tunnels et les mines. Enfin on évitera la condensation d'humidité à la surface du pendule, en desséchant au moyen de chlorure de calcium l'air contenu dans la cage où est placé cet appareil.

---