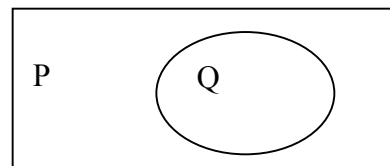
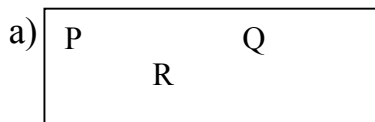


## ¿Cómo se leen los gráficos existenciales alfa?

Beatriz Frenkel  
Universidad de Buenos Aires  
[beafrenkel@yahoo.com.ar](mailto:beafrenkel@yahoo.com.ar)

En el presente trabajo nos proponemos analizar las distintas lecturas que permiten los gráficos existenciales alfa desarrollados por Peirce, evaluando sus dificultades y beneficios.

Peirce desarrolló los sistemas de gráficos existenciales alfa, beta y gama como su obra cumbre. El sistema de gráficos existenciales alfa (EG) es el sistema diagramático que Peirce desarrolló para la lógica proposicional. Que el sistema sea diagramático significa que la representación no es lineal ni sentencial sino espacial. En este sistema se cuenta con letras proposicionales, corte (*cut*) y yuxtaposición. De modo que podemos tener gráficos como los siguientes:



En la interpretación que Peirce denominó endoporética, se interpreta a la yuxtaposición como conjunción y al *cut* como negación, agregando que la lectura se realiza de afuera hacia adentro de los cortes de modo de determinar el alcance de la negación. De modo que los gráficos 1) y 2) se interpretan como sigue:

El gráfico 1) al ser una yuxtaposición de tres letras proposicionales se interpreta como la conjunción de ellas, esto es:  $P \wedge Q \wedge R$

El gráfico 2) es la yuxtaposición de una letra y un *cut*, de modo que se interpreta como:  $P \wedge \sim Q$

Ahora bien, el gráfico 1) no tiene una única interpretación ya que al no ser lineal, no hay un orden de lectura izquierda —derecha arriba— abajo por lo que puede leerse como:

$$\begin{array}{cccccc}
(P \wedge Q) \wedge R & (Q \wedge P) \wedge R & (R \wedge P) \wedge Q & P \wedge (R \wedge Q) & (P \wedge R) \wedge Q & (R \wedge Q) \wedge P \\
P \wedge (Q \wedge R) & Q \wedge (P \wedge R) & R \wedge (P \wedge Q) & Q \wedge (R \wedge P) & (Q \wedge R) \wedge P & R \wedge (Q \wedge P)
\end{array}$$

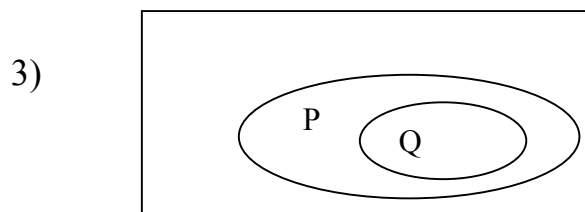
De esta manera vemos que las propiedades de conmutatividad y asociatividad de la conjunción quedan graficadas en un único diagrama. Un solo gráfico expresa todas esas fórmulas equivalentes en virtud de que permite las distintas lecturas. Como no hay una única lectura, no es necesario derivar una fórmula a partir de la otra y viceversa para demostrar la equivalencia entre ambas.

Con esta interpretación de los gráficos y las reglas de derivación se conforma un sistema completo y correcto para la lógica proposicional.

El sistema permite graficar cortes anidados. La lectura endoporética indica que se lee de afuera hacia adentro, como dice Peirce:

The interpretation of Existential graphs is endoporeutic, that is proceeds inwardly; so that a nest sucks the meaning from without inwards unto its centre, as a sponge absorbs water.  
(citado en Roberts: 39 n. 13)

Por ejemplo:



Este gráfico con la lectura endoporética se traduce como:  $\sim(P \wedge \sim Q)$ . La lectura endoporética es unívoca. Hay una única manera de leer el gráfico. Esta lectura hace al sistema completo veritativo-funcionalmente, ya que es equivalente a un sistema con conjunción y negación.

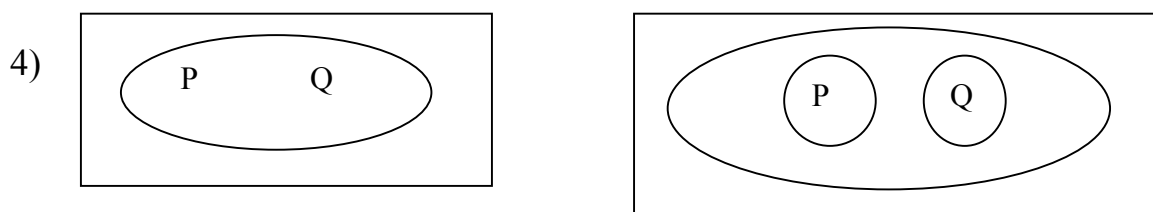
Pero entender al sistema EG como un sistema con conjunción y negación no es tomar en cuenta toda su capacidad expresiva. Peirce propuso otra lectura de los cortes anidados a la que llamó *scroll*, esta interpretación permite dar cuenta del condicional material. De esta manera se interpreta al gráfico 3) como  $P \rightarrow Q$

Dada la equivalencia lógica entre  $P \rightarrow Q$  y  $\sim(P \wedge \sim Q)$ , el agregado del *scroll* hace más fácil el uso de las reglas de transformación ya que un sistema con sólo conjunción y negación a pesar de ser completo puede ser más difícil de usar. En este sistema la equivalencia se obtiene por las múltiples lecturas y no por una derivación.

Con lo que un mismo gráfico puede ser leído como condicional o como negaciones y conjunciones. A pesar de la capacidad expresiva de este sistema se lo ha criticado por no dar cuenta de la disyunción.

Shin (2002) construyó un algoritmo que permite múltiples lecturas de un mismo gráfico, incorporando también a la disyunción. Para ello definió:

Un subgráfico X está en una E-área si y sólo si X está encerrado por un número par de cortes y X está en una O-área si y sólo si X está encerrado en un número impar de cortes. La yuxtaposición entre X e Y es una E-yuxtaposición si y sólo si es una yuxtaposición en un área encerrada por un número par de cortes, y una O-yuxtaposición es una yuxtaposición en un área encerrada por un número impar de cortes. La E-yuxtaposición se lee como conjunción y la O-yuxtaposición como disyunción. Lo que se afirma en una O-área se traduce como una negación de lo que se afirma en una E-área. De modo que los siguientes diagramas pueden leerse:



El diagrama 4) según la lectura endoporética sería:

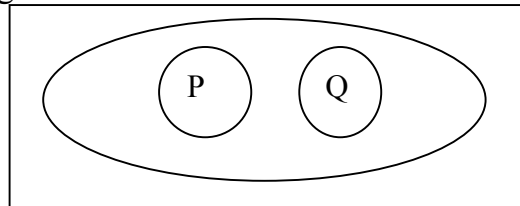
$\sim(P \wedge Q)$  y con el algoritmo de Shin  $\sim P \vee \sim Q$

El diagrama 5) según la lectura endoporética sería:

$\sim(\sim P \wedge \sim Q)$  y con el algoritmo de Shin  $P \vee Q$

De modo que obtenemos las equivalencias de De Morgan a partir de las múltiples lecturas. Las demostraciones de las leyes de De Morgan no son inmediatas ni intuitivas. Sin embargo con un mismo gráfico se pueden leer las equivalencias.

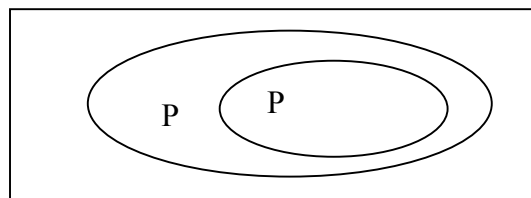
Dadas las múltiples lecturas de un gráfico, el gráfico 5) puede ser interpretado como sigue:



$$\sim(\sim P \wedge \sim Q) \quad P \vee Q \quad \sim P \rightarrow Q \quad \sim Q \rightarrow P$$

Donde se ven además de la equivalencia de De Morgan una de las contraposiciones del condicional material.

Un gráfico tan simple como:



Permite las siguientes lecturas:

$$P \rightarrow P \quad \sim(P \wedge \sim P) \quad P \vee \sim P$$

que representan los tres principios aristotélicos de identidad, no contradicción y tercero excluido.

El haber entendido el sistema de gráficos existenciales conformado solamente por conjunción y negación permitió determinar su equivalencia con otros sistemas para la lógica proposicional y por lo tanto su completitud y corrección. Sin embargo la interpretación con sólo dos conectivas impidió considerar la capacidad expresiva del sistema y la peculiaridad del sistema en tanto sistema diagramático.

Con una sintaxis muy pobre, yuxtaposición y corte, se obtiene un sistema muy potente en cuanto a su capacidad expresiva ya que da cuenta de la conjunción, la negación, el condicional y la disyunción. Es importante notar que las múltiples lecturas son posibles en un sistema diagramático pero no en un sistema sentencial. Cuando traducimos desde el lenguaje de la lógica proposicional al de los gráficos existenciales alfa nos encontramos

con un único gráfico, mientras que cuando traducimos un gráfico al lenguaje de la lógica proposicional obtenemos varios. En los sistemas sentenciales no es posible la ambigüedad, es más una de las virtudes de los sistemas formales sentenciales es la eliminación de la ambigüedad. Las fórmulas tienen una única lectura y para ello se introducen paréntesis. Hemos visto que los gráficos existenciales permiten diversas lecturas de un mismo diagrama. Esta ambigüedad más que generar algún problema permite captar otras relaciones.

Los sistemas diagramáticos permiten representar relaciones de modo visual. Como dice Peirce

:

A diagram ought to be as iconic as possible (citado en Shin, 2002:31 n.75)

For a distinguishing property of the icon is that by the direct observation of it other truths concerning its object can be discovered than those which suffice to determine its construction. (citado en Shin, 2002:31 n. 76)

¿Qué es lo que podemos ver en el caso de EG? El hecho de que un gráfico permita distintas lecturas nos permite inferir que esas fórmulas son lógicamente equivalentes. Ya que si los gráficos de dos fórmulas coinciden es porque las fórmulas son lógicamente equivalentes. De modo que en muchos casos no es necesario mostrar la derivación recíproca entre dos fórmulas para demostrar que son lógicamente equivalentes, con sólo ver que son distintas lecturas de un mismo gráfico queda demostrada la equivalencia.

## Bibliografia

- Barwise, Jon & Eric Hammer. 1994. "Diagrams and the Concept of Logical System". En *What is a Logical System?* Comp. Por Dov. M. Gabbay. Oxford, Clarendon Press. 1994, pp. 73-106.
- Hammer, Eric M. 1998. "Semantics for Existential Graphs". *Journal of Philosophical Logic* 27, pp. 489-503.
- Roberts, Don. 1973. *The Existential Graphs of Charles. S. Peirce*. La Haya, Mouton.
- Shin, Sun-Joo. 2002. *The Iconic Logic of Peirce's Graphs*. Cambridge, MA, MIT Press.
- Shin, Sun-Joo. 2011. "Peirce's alpha graphs and propositional languages". *Semiotica* 186, pp. 333–346.
- Shin, Sun-Joo & Eric Hammer: "Peirce's Logic", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Summer 2011 Edition), Edward N. Zalta (ed.), forthcoming URL = <<http://plato.stanford.edu/archives/sum2011/entries/peirce-logic/>>.