W. Stanley Jevons, “Memorias lógico-matemáticas recientes” (1881)

“Recent Mathematico-Logical Memoirs”, *Nature* March 24 (1881) pp. 485-487.

Traducción de Paloma Pérez-Ilzarbe (2020)

La reforma booleana de la ciencia lógica está por fin empezando a dejarse ver y van naciendo los primeros resultados de su discusión. Hace treinta años las excepcionales memorias de Boole fueron tratadas como enigmas llamativos pero casi incomprensibles. Incluso De Morgan no supo exactamente cómo considerarlas y en su “Syllabus of a Proposed System of Logic” (p. 72) admite así su misteriosa verdad: “En estas obras el autor ha puesto de manifiesto que el lenguaje simbólico del álgebra, enmarcado totalmente en las nociones de número y cantidad, es adecuado, en virtud de algo que desde luego no es accidental, para la representación de todas las leyes del pensamiento”. Pero el tiempo y los esfuerzos de varios investigadores han aclarado buena parte del misterio en el que Boole envolvió sus descubrimientos lógicos. Las discusiones que ahora tienen lugar conciernen más bien a la forma precisa que debe darse al cálculo de la lógica que a la cuestión inicial sobre la nueva lógica contra la vieja ortodoxa doctrina aristotélica.

Las contribuciones recientes más elaboradas a la ciencia lógico-matemática, al menos en lengua inglesa, son las memorias del Prof. C. S. Peirce, el distinguido matemático, ahora en la Johns Hopkins University, Baltimore. Aparte de sus discusiones de cuestiones lógicas en los *Proceedings* de la Academia Americana de Artes y Ciencias (vol. Vii, pp. 250-298, 402-412, 416-432), tenemos de su autoría la maravillosa investigación contenida en su “Description of a Notation for the Logic of Relatives, resulting from an Amplification of the Conceptions of Boole’s Calculus of Logic” (*Memoirs* de la Academia Americana, vol. ix, Cambridge, U.S., 1870, 4to). Los contenidos de este excepcional tratado, que llena sesenta y dos páginas de formato *quarto*, demandan el estudio más cuidadoso, pero sería totalmente imposible en este artículo entrar a tal estudio. El Prof. Peirce, sin embargo, ha interpretado hace relativamente poco sus propias opiniones en una nueva memoria “On the Algebra of Logic”, cuya primera parte, completada por el autor el pasado abril, se imprimió en el *American Journal of Mathematics*, vol. iii, que salió en septiembre (4to, 57pp.). Después de notar la bella tipografía de la que goza el *American Journal*, encontramos en esta memoria una investigación muy cuidadosa acerca de cuál es realmente la forma y naturaleza de la inferencia lógica.

El Prof. Peirce trata sucesivamente de la Derivación de la Lógica, del Silogismo y el Dialogismo (un nuevo nombre para una forma de argumento), de las Formas de las Proposiciones, el Álgebra de la Cópula, la Multiplicación Interna y la Adición de la Lógica, la Resolución de Problemas en Lógica No-relativa, con un capítulo más sobre la Lógica de Relativos. Pero el punto fundamental que está bajo discusión en los dos primeros capítulos concierne a la naturaleza de la cópula. Hay mucha evidencia que muestra que dadas unas pocas formas elementales, es posible alargar las fórmulas lógicas o matemáticas básicamente sin límite. Pero la superestructura descansa totalmente en la base de una verdad elemental contenida en los primeros axiomas. En la ciencia lógica es rotundamente verdadero que “C’est le premier pas qui coûte” [“El primer paso es siempre el más difícil”]. Hay que hacer una elección crucial al principio, y si entonces adoptamos una visión equivocada de la naturaleza de la cópula lógica, nunca podemos volver a lo correcto por mucho desarrollo o formalización que añadamos.

El Prof. Peirce, después de mencionar que los nuevos lógicos ingleses y alemanes han propuesto cuatro métodos algebraicos distintos para resolver problemas en la lógica de términos no-relativos, adopta un quinto método, que él piensa que es quizá más simple y ciertamente más natural que cualquiera de los otros. Peirce comienza expresando todas las premisas mediante las cópulas —< y $\overline{—<}$, “recordando que A=B es lo mismo que A—<B y B—<A” (p. 37). Estos nuevos símbolos hay que interpretarlos de modo que A—<B signifique (A implica B), en el sentido en que agua implica liquidez, o toda agua es líquida. El símbolo $\overline{—<}$ es el negativo del anterior, de modo que C$\overline{—<}$D significa que C no implica D. A continuación establece otros cinco procesos que permiten obtener los teoremas elementales del cálculo, mostrando cómo desarrollar, simplificar, transponer e inferir equivalencia con estos símbolos. Sin embargo, como estos procesos ocupan dos páginas tamaño *quarto* en su primera formulación, es evidente que no pueden ser reproducidos aquí. La cuestión que realmente emerge no concierne a la capacidad y la originalidad mostrada por el Prof. Peirce, acerca de las cuales ningún lector de sus memorias puede tener la mínima duda, sino a la sensatez de su primer paso, la opción por la relación expresada mediante el símbolo —< en lugar de la expresada por el familiar signo de igualdad =. El Prof. Peirce empieza destacando que A=B es lo mismo que A—<B con B—<A. Por ejemplo, todos los triángulos equiláteros son equiángulos y todos los triángulos equiángulos son equiláteros. Pero aunque estas dos aserciones son equivalentes a “triángulo equilátero=triángulo equiángulo”, el Prof. Peirce elige tratar separadamente las dos partes de la proposición aparentemente compuesta, dando parcialmente sus razones en p. 21. Esta no es la primera vez que se hace la misma elección; porque, por no hablar de Aristóteles y de los aristotélicos en general, De Morgan eligió basar sus sistemas de lógica en la inclusión y la exclusión, en lugar de en la igualdad. En sus símbolos X||Y está compuesto por X))Y y X((Y (Syllabus, p. 24), es decir, todos los Xs son todos los Ys se compone de todos los Xs son Ys y todos los Ys son Xs. Ahora, sin ir mucho más lejos, pienso que puede darse una razón suficiente para mantener que tanto De Morgan como Peirce han elegido equivocadamente. Una clase está compuesta por individuos, y la concepción misma de una clase implica por tanto la relación de identidad expresada en A=B. Si digo que el color del hielo glacial es idéntico al color del agua de lluvia pura, es imposible romper esta aserción en “Los colores de hielo glacial están entre los colores de agua de lluvia pura” y “Los colores de agua de lluvia pura están, etc.”. El color es uno indivisible e idéntico. Ahora, si en la base de todo razonamiento hay una aserción elemental de la forma A=B, que no puede ser resuelta en nada más simple, esto prueba suficientemente que el A—<B de Peirce o el A))B de De Morgan no pueden ser la forma original elemental de aserción. Además, cuando decimos que todos los triángulos equiángulos = todos los triángulos equiláteros, la base real de la aserción es que todo posible triángulo equiángulo es idéntico a un posible triángulo equilátero. Lo plural está compuesto por lo singular y lo singular no admite descomposición lógica. Puedes descomponer A=B en As son Bs y en Bs son As, pero la descomposición más exhaustiva nos da A’=B’, A’’=B’’, A’’’=B’’’, donde A’, A’’, etc. son individuos.

Es extremadamente curioso, sin embargo, que esta misma cuestión surge de nuevo respecto al llamado Cálculo de Enunciados Equivalentes recientemente publicado por Mr. Hugh MacColl, B.A., en los *Proceedings* de la Sociedad Matemática de Londres (Primer artículo, noviembre de 1877, vol. ix. pp. 9-20; Segundo artículo, 13 de junio, 1878, vol. ix. pp. 177-186; Tercer artículo, vol. x. pp. 16-28; Cuarto artículo, vol. xi.; ver también *Mind*, enero de 1880, pp. 45-60 y el *Philosophical Magazine* de septiembre de 1880).

No cabe duda de que Mr. MacColl ha mostrado mucho talento al desarrollar formas simbólicas claras y mucha capacidad al usarlas. Comparando sus procesos con los de De Morgan, por ejemplo, es imposible no admirar su simetría y su lucidez. Pero si vamos a lo que importa, la naturaleza de la aserción y la inferencia, estoy obligado a sostener que Mr. MacColl, como De Morgan y Peirce, ha elegido mal. Lo que De Morgan expresaba con X))Y, y Peirce con X—<Y, MacColl lo pone en la forma $x : y$, llamando a esta aserción una *implicación*. De forma bastante curiosa, declara que nunca está tratando con cosas, sino solamente con aserciones, de modo que según él $x : y$ significa que la aserción x implica la aserción y, o que siempre que x es verdadero, y es verdadero. Después de haber considerado con cuidado las propuestas de Mr. MacColl, me sentí obligado a escribir sobre ellas en una publicación reciente como sigue: “Es difícil creer que haya alguna ventaja en estas innovaciones; ciertamente, al preferir implicaciones a ecuaciones, Mr. MacColl ignora la necesidad de la ecuación para la aplicación del Principio de Sustitución. Sus propuestas me parece que tienden a arrojar de nuevo a la Lógica Formal a su confusión ante-booleana”.

En un artículo publicado en el *Philosophical Magazine* de enero de 1881, Mr. MacColl me llama la atención y me invita a defender mi acusación sobre la confusión ante-booleana, participando en una competición amistosa en las columnas de problemas del *Educational Times*. Puesto que justo acabo de pasar buena parte de los últimos quince meses resolviendo los problemas de otras personas e inventando dos o tres centenares de problemas nuevos, publicados en “Studies in Deductive Logic”, realmente no me siento obligado a sacrificar mi paz mental durante los próximos años dedicándome a resolver los problemas que el ingenio y el tiempo libre de Mr. MacColl o sus amigos puedan permitirles idear. Declino, por tanto, su propuesta con agradecimiento. Pero puedo explicar fácilmente lo que quiero decir con “confusión ante-booleana”, o lo que viene a ser lo mismo, “confusión anti-booleana”. La gran reforma llevada a cabo por Boole fue la de convertir la ecuación en la piedra angular de la lógica, tal como lo había sido siempre de la ciencia matemática. Esto no solamente produjo resultados verdaderos y simples dentro de la esfera de la lógica, sino que puso de manifiesto la maravillosa analogía entre las formas lógicas y las matemáticas, acerca de la que De Morgan advierte en el pasaje citado arriba. Todo progreso auténtico en la filosofía de esas dos ciencias fundamentales depende de que se tenga siempre en mente la identidad fundamental de los procesos de razonamiento, como dependientes del proceso de sustitución, practicados explícitamente por los algebristas durante los dos o tres siglos pasados y envueltos en el razonamiento geométrico de Euclides.

Pero Mr. MacColl da un paso atrás; dice que puede construir una notación más simple usando $\alpha : \beta$ en lugar de mi $\alpha=\alpha\beta$. Respecto a la forma no hay ninguna novedad en la implicación, porque es simplemente el X))Y de De Morgan, o la antigua proposición aristotélica A es B. Es verdad que Mr. MacColl hace que sus términos consistan en aserciones, de modo que todas sus aserciones parecerían ser aserciones acerca de aserciones: una complejidad innecesaria, que nos hace caer en el absurdo de que un cálculo de enunciados equivalentes no tiene modo de exhibir los enunciados mismos. Mr. MacColl dice de hecho que su notación supone una ventaja considerable, basándose en que en el silogismo $(\alpha:\beta)\ (\beta:\gamma) : (\alpha:\gamma)$ la misma relación que conecta α con β y β con γ conecta también las premisas combinadas $(\alpha:\beta)\ (\beta:\gamma)$ con la conclusión $\alpha:\gamma$. Él piensa que mi notación es muy torpe e indirecta, porque, como mis proposiciones tratan de cosas o cualidades, debería tener que usar palabras para expresar la inferencia de una proposición a partir de otras. En ese caso Mr. MacColl debe presentar la misma acusación de torpeza contra todo el cuerpo de los matemáticos, porque sus ecuaciones son entre cosas o magnitudes, y siguen usando expresiones como "por consiguiente", "por tanto", etc. para expresar el hecho de que ciertas ecuaciones conducen a otras ecuaciones. Si hay algún signo matemático que pueda denotar inferencia, se usa muy raramente, a menos que sean los familiares ∵ y ∴, que son meros signos taquigráficos.

Mr. MacColl, sin embargo, al señalar la excelencia de sus implicaciones, rebate mi declaración de que él rechaza las ecuaciones y prefiere las implicaciones, basándose en que su método admite las dos formas: "De hecho", dice, "yo empleo ambas, a veces incluso en el mismo problema; en mi primer artículo ... adopto la forma ecuacional de principio a fin; en mi segundo y mi tercer artículo, que se refieren completamente a cuestiones de lógica pura, generalmente adopto la forma implicacional, como la más simple y más eficiente; mientras que en mi cuarto artículo, que trata sobre probabilidad, principalmente adopto la forma ecuacional". No puedo ver aquí nada que contradiga a mi objeción de que Mr. MacColl rechaza las ecuaciones *cuando prefiere* las implicaciones. Mr. MacColl usa implicaciones como "las más simples y eficaces", pero adopta la forma ecuacional, supongo, cuando la encuentra indispensable; si no, ¿por qué no mantiene su simple y eficaz implicación? Si piensa que una forma es mejor en lógica y la otra en matemáticas, entonces es ante-booleano, porque todo el sentido de los esfuerzos de Boole era establecer una identidad de método entre lógica y matemáticas. En realidad no tengo ningún deseo de condenar el cálculo de Mr. MacColl ni de entrar en controversia con él, pero en interés de la verdad y de la ciencia bien fundada debo afirmar mi creencia de que su implicación $\alpha : \beta$ es en el mejor de los casos nada más que una traducción taquigráfica de $\alpha=\alpha\beta$, que es la forma booleana que yo he adoptado. No he dicho, ni pretendo decirlo, que las fórmulas de Mr. MacColl no sean concisas y claras. Pero una notación taquigráfica es mala si oscurece la naturaleza real de la operación de razonamiento, y el hecho de que Mr. MacColl siempre conserve la ecuación en segundo plano como método de reserva para poner en marcha cuando sea necesario, muestra en mi opinión que sus métodos están equivocados desde un punto de vista filosófico. El nombre mismo de su método es "El Cálculo de los Enunciados Equivalentes" y la palabra "equivalente" basta para dar a entender que la ecuación está en el fondo del asunto. El resultado de todo esto es que $\alpha:\beta$ tiene una letra menos aquí que $\alpha=\alpha\beta$, y para ahorrarse la molestia de escribir esta única letrita Mr. MacColl quiere obligarnos a ocultar todas las impresionantes y fértiles analogías que Boole desveló ante el asombro de los matemáticos en 1847 y 1854. Mr. MacColl dice: "La cuestión de si es la implicación $\alpha : \beta$ o su equivalente, la ecuación $\alpha=\alpha\beta$, la que debería preferirse en un sistema simbólico de lógica debe decidirse en el amplio terreno de la conveniencia práctica". Pero no es una cuestión de conveniencia práctica, sino de verdad filosófica, la que está en juego, y al tomarse a la ligera la ecuación, Mr. MacColl muestra su completa falta de comprensión de lo que está involucrado en la reforma booleana de la lógica. Podría añadirse que si Mr. MacColl desechara las implicaciones y usara solamente las ecuaciones que él admite que son equivalentes a ellas, no habría ninguna diferencia formal entre su cálculo y la forma modificada del cálculo de Boole que propuse en 1864 y he estado dedicado a desarrollar desde entonces, exceptuando, ciertamente, la adopción inexplicable por parte de MacColl de las aserciones como términos.

Quizá deba añadirse que Boole, tanto en su “Mathematical Analysis of Logic” como en su gran “Laws of Thought”, introduce capítulos sobre lo que él llama “Proposiciones Secundarias” o Hipotéticas, que se ocupan, igual que las aserciones de MacColl, de la verdad de otras aserciones; pero nada surge de la discusión de Boole de las proposiciones secundarias excepto que obedecen exactamente a las mismas leyes formales que las proposiciones primarias, y por supuesto están expresadas ecuacionalmente.