

COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 21 JUIN 1880.

PRÉSIDENCE DE M. EDM. BECQUEREL.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

GÉODÉSIE. — *Sur la réduction des observations du pendule au niveau de la mer*, par M. FAYE.

« A l'occasion du Rapport sur le Mémoire de M. Peirce ⁽¹⁾, je désire faire une remarque qui se déduit immédiatement de ma Note du 24 mai ⁽²⁾ sur la manière de réduire au niveau de la mer les oscillations du pendule. La formule de réduction qu'on emploie est

$$(1) \quad l_0 = l + \frac{hl}{R} \left(2 - \frac{3}{2} \frac{\delta}{\Delta} \right),$$

l_0 désignant la longueur réduite au niveau de la mer, l la longueur observée sur un continent à l'altitude h , R le rayon de la Terre, Δ sa densité moyenne, δ celle du continent. La saillie continentale étant compensée

⁽¹⁾ Voir plus loin, p. 1463.

⁽²⁾ *Sur les variations séculaires de la figure mathématique de la Terre* (Comptes rendus, même Tome, p. 1186). Il faut en corriger le passage suivant : p. 1186, ligne 12 en remontant, au lieu de dire *on traite les continents comme s'ils n'existaient pas*, lisez *il faudrait traiter les continents comme s'ils n'existaient pas*; et p. 1188, ligne 15, au lieu de *Si faibles que soient ces déviations*, lisez *Si marquées*, etc....

partout, à très peu près, par le défaut d'épaisseur de la croûte solidifiée sous les continents, il n'y a pas lieu d'en tenir compte, et la formule doit être réduite à

$$(2) \quad l_0 = l + \frac{2hl}{R}.$$

» Le passage bien connu de la *Mécanique céleste* où Laplace traite de cette correction, à propos des observations de Bouguer à Quito, en est la meilleure preuve. Laplace trouve pour la diminution de la pesanteur depuis la mer jusqu'à Quito

$$\frac{P}{2237} \left(2 - \frac{3\delta}{2\Delta} \right).$$

» C'est la formule (1).

« Bouguer, dit-il (en abrégé), a conclu de ses expériences sur la longueur du pendule cette diminution égale à $\frac{P}{1331}$, ce qui donne $\frac{\delta}{\Delta} = 0,2$. Cette partie du continent américain n'aurait donc qu'une densité égale à peu près à celle de l'eau. Mais cette singularité s'expliquerait dans l'hypothèse où ce pays éminemment volcanique renfermerait de grandes cavités dans son intérieur. »

» Je fais remarquer à l'Académie que quand le pendule donne des attractions trop fortes, en pleine mer, observé sur des îlots volcaniques, tels que Lipari, Guami, Mowi, etc., on en conclut avec la même hardiesse que cela tient à la densité supérieure de leurs matériaux, en sorte que, suivant les besoins de la cause, les volcans sont tantôt creux et légers, tantôt pleins de matériaux très denses.

» Il est facile de voir qu'en supprimant le second terme, comme je le propose, la diminution de pesanteur calculée se trouverait $\frac{P}{1137}$, à peu près celle que trouve Bouguer lui-même.

» Il n'est donc pas nécessaire de conclure autre chose si ce n'est que le deuxième terme est une superfétation, non d'accord avec les faits. C'est ce qu'on voit mieux encore en présentant le calcul sous la forme habituelle, mais sans tenir compte de l'attraction du plateau de Quito :

	Longueur du pendule observée par Bouguer (1).	Altitude.	Longueur réduite au niveau de la mer.
Au lac des Incas	^{mm} 990,911	^m 78	^{mm} 990,935
A Quito	990,121	2857	991,009
		Différence	0,074

(1) D'après les réductions de M. Saigey, qui a tenu compte de l'erreur signalée par Bessel dans la réduction au vide.

» La différence est de l'ordre des erreurs d'observation. L'action du continent, qui devrait s'élever à $0^{\text{mm}},310$, est donc insensible, malgré une épaisseur de 2800^{m} . C'est la première fois que cette singularité s'est présentée. Depuis Bouguer on l'a retrouvée en tous pays, et dernièrement encore, sur la plus grande échelle, dans l'Inde anglaise (1). J'en ai fait connaître la cause dans ma Note du 24 mai.

» Mais il doit être bien entendu que, si l'épaisseur des continents au-dessus des mers ne doit pas entrer en ligne de compte, il n'en sera pas de même, par exemple, de la masse de la grande pyramide d'Égypte, si l'on va observer le pendule à son sommet. Alors, après avoir réduit au niveau de la mer la longueur observée par la formule (2), il faudra en retrancher l'effet de l'attraction de la pyramide à partir du sol. De même, lorsque Bouguer a porté son pendule sur le Pichincha, 1500^{m} au-dessus du niveau des terres à Quito, il faudrait tenir compte de l'attraction de cette montagne sur le pendule de Bouguer. Nous avons bien l'observation de Bouguer, mais, comme les documents nécessaires manquent pour le calcul de la montagne, je vais le faire pour un cas semblable, plus facile et plus proche de nous.

» M. Bruhns donne la longueur du pendule observée au sommet de l'Inselberg, montagne de forme à peu près parabolique, s'élevant sur le continent, dont l'altitude moyenne est là de 325^{m} . La hauteur de la colline au-dessus de la surface continentale est 585^{m} . L'altitude de la station est donc de 910^{m} , et la réduction correspondante au niveau de la mer, par la formule $l_0 = l + \frac{2hl}{r}$, est de $+ 0^{\text{mm}},28$. Pour calculer l'attraction de la colline, à laquelle on peut attribuer la forme d'un paraboloïde de révolution ayant un rayon de base égal à quinze fois sa hauteur, le savant astronome de Leipzig emploie la formule

$$\frac{2hl}{r} \left(1 - \frac{3}{4} \frac{\delta}{\Delta} \right) \left(1 - \frac{1}{15} \frac{\delta}{8\Delta} \right),$$

en faisant $\delta = 2$, $\Delta = 5,6$, et obtient ainsi $0^{\text{mm}},13$. Ces $0^{\text{mm}},13$, exprimant

(1) *Geodesy*, by colonel A.-R. Clarke, p. 350. Ainsi on a trouvé à Moré, altitude 15000^{feet} , une erreur de $0^{\text{mm}},51$ sur la longueur du pendule, tandis qu'en supprimant dans la réduction au niveau de la mer l'attraction du continent, l'accord serait complet entre la théorie de Clairaut et l'observation. Même remarque d'un bout à l'autre de l'Indoustan, jusqu'au haut plateau sur lequel s'élèvent les cimes de l'Himalaya. Il n'y a d'exception que pour une île indienne et le voisinage immédiat de la mer.

l'attraction de cette petite montagne à son sommet, doivent être retranchés de $0^{\text{mm}},28$, en sorte que la correction finale est $+ 0^{\text{m}},15$, tandis que la manière ordinaire de calculer ces réductions a donné $+ 0^{\text{mm}},21$. La longueur du pendule parfaitement observée au sommet de l'Inselsberg étant $993^{\text{mm}},69$, cette longueur réduite au niveau de la mer sera $993^{\text{mm}},84$ (1). Il ne s'agit ici que d'une différence de $0^{\text{mm}},06$, mais elle est loin d'être négligeable.

» De même, lorsqu'on observe en mer, sur un îlot, il n'y a pas lieu de corriger la longueur du pendule observée de l'effet dû à la faiblesse de la densité de l'eau par rapport à celle des terres continentales, car l'épaisseur considérable de la croûte sous-marine fait compensation : mais il faut tenir compte de l'attraction propre au pilier naturel sur lequel on est placé, pilier qui est l'île elle-même. En d'autres termes, il faut déterminer par des sondages la forme de la partie sous-marine de l'îlot, calculer son attraction en lui accordant la densité $\delta - 1$, et retrancher son effet de la longueur observée. On verra alors disparaître les anomalies signalées depuis si longtemps pour les observations en mer, lesquelles donnent presque toutes des attractions trop fortes, et nous aurons effacé de la science cette contradiction presque enfantine qui consiste à affirmer que les montagnes volcaniques sont pleines de grandes cavités quand on se trouve en face d'un pendule trop long, et qu'elles sont pleines de matériaux très denses quand on y observe un pendule trop court.

» Les règles que je propose sont fondées sur la loi de compensation que présente l'écorce terrestre, loi qui tient à ce que la croûte sous-marine s'est formée plus vite et plus profondément que la croûte sous-continentale. Sans doute cette compensation, à laquelle est due la forme actuelle du globe terrestre, ne saurait être parfaite dans toutes les régions; il en résulte quelque incertitude sur la réduction du pendule au niveau de la mer, mais cette incertitude est du même ordre que les anomalies locales de la pesanteur dues à diverses causes et se confond avec elles. La seule manière d'étudier ces discordances, c'est de faire les observations du pendule dans les contrées les plus diverses, en s'éloignant toutefois des accidents superficiels et visibles dont on a toujours quelque peine à estimer correctement les effets. »

(1) A quoi il faut encore ajouter de $0^{\text{mm}},20$ à $0^{\text{mm}},22$ pour tenir compte de l'oscillation des supports.