H. MacCOLL, C.S. PEIRCE Y LA LÓGICA PROPOSICIONAL EN EL S. XIX.

Pilar Castrillo
UNED. Dpto. de Lógica y Filosofía de la Ciencia

A finales del siglo XIX se logra ofrecer por primera vez en la historia de la lógica una versión unificada de la misma, hasta ese momento compartimentada en una lógica de proposiciones y una lógica de clases. Este logro, que requería la reinversión del orden que Boole y sus seguidores habían hecho suyo, fue fundamentalmente obra de Frege, que es quien articuló ambas en un solo sistema que se inicia con un cálculo de enunciados para prolongarse en un cálculo de funciones susceptible de ser interpretado como un cálculo de clases y como un cálculo de relaciones. Es del todo cierto que con anterioridad a él, nadie había acertado a ofrecer una caracterización adecuada de la relación de dependencia que vincula a la lógica primaria con la lógica general, mas ya no lo es tanto, por más extendida que esté semejante creencia, el que, hasta él, en dicho siglo nadie supo apreciar la necesidad de un tratamiento sistemático de la lógica primaria. Es poco conocido, en efecto, el hecho de que, a la vez que él o incluso ligeramente antes, pero en cualquier caso de modo completamente independiente, al menos otros dos lógicos –el escocés Hugh MacColl y el americano C.S. Peirce– se ocuparon de sistematizar al menos parcialmente la lógica proposicional, plenamente conscientes ya del lugar primordial que le corresponde dentro de la totalidad.

Aunque Boole ya había insinuado que los símbolos electivos de su álgebra podían concebirse como representando, además de clases en general, clases de casos en que los enunciados son verdaderos, lo cierto es que para él esta interpretación era secundaria respecto a la primera, y que en su obra la teoría de

Éndoxa: Series Filosóficas, nº 3, 1994, UNED, Madrid:
Pilar Castrillo: H. MacColl, Ch.S.Peirce y la lógica proposicional en el s.XIX
pp. 73-93.

clases -en la que la relación de equivalencia era la relación básica- constituía el núcleo fundamental en torno al cual giraban los demás apartados de la lógica. No hay que olvidar que la labor realizada por este autor guarda estrecha relación con la de los algebristas ingleses de comienzos de siglo, y que fue su idea de que la validez de los procesos algebraicos no depende de la naturaleza de los símbolos sino de las leyes que rigen su combinación la que le llevó a urdir por primera vez en la historia un álgebra lógica.

En 1879, Frege publica, con el título de *Begriffsscrift*, un pequeño tratado, que durante bastante tiempo pasa desapercibido, en el que se encuentra por primera vez la presentación rigurosa de un lenguaje formal y de un cálculo deductivo, bajo forma estrictamente axiomática, para dicho lenguaje. Paralelamente, en una serie de artículos escritos en respuesta a la crítica adversa que Schröder había hecho de este libro,[1] Frege asumirá la tarea de mostrar que el orden de articulación y presentación de la lógica seguido por Boole y sus seguidores, consistente en basar el 'cálculo de juicios' en un 'cálculo de conceptos', que propiamente no es sino un 'cálculo de clases', supone invertir el orden de cosas correcto, y de defender su idea de que la clase es algo derivado, algo que sólo podemos obtener ofreciendo las propiedades que un objeto ha de tener para pertenecer a la misma y de que, en consecuencia, el cálculo de clases ha de basarse en el cálculo proposicional o, como preferirá decir más tarde, en 'el cálculo de valores de verdad'.

Que Frege percibió con toda claridad que la lógica primaria constituye el apartado más básico y fundamental de la lógica y por eso fue capaz de vertebrarla en la forma adecuada, es pues un hecho incontestable, mas, si queremos otorgar a cada uno el mérito que le corresponde, tenemos que señalar también que el

---

[1] Entre ellos cabe destacar 'Booles rechnende Logik und die Begriffscrift', *Nachgelassene Schriften*, ed. H. Hermes et al., Hamburg, Meiner, 1969, pp 9-53 ,y 'On the Scientific Justification of a Conceptual Notation' y 'On the aim of the "Conceptual Notation"', ambos en *Conceptual Notation and related articles*, ed. T. Bynum, Oxford, Clarendon Press, 1972, pp. 83-90 y 90-101, respectivamente.

primero en ver que la proposición es un elemento más básico en lógica que la clase y la implicación una relación más fundamental que la inclusión no fue en realidad el lógico alemán, sino el escocés Hugh MacColl, que se le adelantó ligeramente en este punto. En cuanto a C.S. Peirce, si bien es cierto que no llegó a exponer sus ideas de una forma tan sistemática y completa como lo hiciera Frege, no lo es menos no sólo que hizo importantes aportaciones al desarrollo de la lógica proposicional llegando a presentar una especie de cálculo axiomático, en la línea de los que nos son familiares, para un lenguaje proposicional con el condicional como conectiva, sino también que fue capaz de establecer el vínculo existente entre lógica proposicional y lógica general, si bien ligeramente después que el lógico alemán.

Por regla general, la historiografía de la lógica ha ignorado estos intentos de sistematización de la lógica primaria o en cualquier caso no les ha prestado la atención que se merecen. Los manuales al uso apenas dedican unas líneas, si es que lo hacen, a sus aportaciones en este campo, incluso en el caso de Peirce, algunas de cuyas otras teorías tanto de dentro como de fuera del ámbito de la lógica han conocido una amplia difusión. Convencida como estoy de que este olvido es injusto, el objetivo que me propongo aquí es rescatar del olvido los sistemas de lógica proposicional urdidos por estos autores, así como las ideas y argumentaciones con las que justificaron sus respectivas opciones. No es mi intención, en el caso de ninguno de ellos, mantener que llegaron a formular 'la actual teoría proposicional' o cosa por el estilo, sino únicamente intentar dar cuenta de lo que realmente hicieron en relación con este punto, tratando siempre de respetar los términos de su exposición, por poco familiares que en algunas ocasiones puedan resultarnos.

1. El cálculo de enunciados equivalentes de H. MacColl.

La aparición de *Begriffsschrift* marca, sin duda, un hito que no tiene parangón en la historia del desarrollo de la lógica moderna.

Sin embargo, ya un par de años antes de la fecha de dicho acontecimiento, inicia Hugh MacColl la publicación de una serie de trabajos en los que se presenta un sistema, por él denominado de 'enunciados equivalentes', que no es otra cosa que un intento de constitución de una lógica proposicional.[2] Este sistema se apartaba abiertamente de los que por aquel entonces estaban construyendo los seguidores ortodoxos de Boole, como era el caso de Jevons o de Venn, por cuanto que en él, los símbolos no representan clases, como en los de aquéllos, sino enunciados o proposiciones. En él MacColl erigía, en efecto, a la proposición, en detrimento de la clase, en el elemento más básico de su sistema, pero además sustituía la relación de equivalencia por la de implicación. Su modo de entender esta relación de implicación no se acomoda, empero, a la interpretación veritativo-funcional que de la misma había de hacer la lógica clásica, siendo éste otro de los puntos que hace verdaderamente novedoso su sistema. MacColl rechaza la supuesta equivalencia entre implicación (representada en su sistema mediante el símbolo ':') y disyunción (representada mediante el símbolo '+'), arguyendo del modo siguiente:

> La fórmula $(a : b) : (a' + b)$ merece alguna consideración. Supongamos que a denota el enunciado 'El persistirá en sus despilfarros' y b el enunciado 'El se arruinará'. Entonces la implicación $a : b$ puede leerse 'Si él persiste en sus despilfarros, se arruinará', en tanto que el enunciado disyuntivo $a' + b$ puede leerse 'O él cesa en sus despilfarros o se arruinará'. Algunos lectores tal vez consideren que estos dos enunciados son lógicamente equivalentes y que, por tanto, debieran conectarse mediante '=', el símbolo de la equivalencia, y no mediante ':',

[2] Entre los años 1877-1898, MacColl publica, en los *Proc. Lond. Math. Soc.* una serie de siete artículos bajo el genérico título de 'The Calculus of Equivalent Statements', y entre 1880-1906 en la revista *Mind*, otra serie de ocho, ahora bajo el título de 'Symbolic Reasoning'. En 1906 aparece por último su único libro sobre lógica, titulado *Symbolic Logic and its Applications*, en donde se recogen algunas de sus principales ideas.

el símbolo de la implicación. Los someteremos, pues, a un análisis más minucioso. Si fueran realmente equivalentes, sus negaciones también lo serían. Veamos si este es realmente el caso. La negación de $a : b$ es $(a : b)'$ y esta negación puede leerse 'El puede persistir en sus despilfarros sin arruinarse necesariamente'; la negación de $a' + b$ es $(a' + b)'$, esto es, $a'b$, que puede leerse 'El persistirá en sus despilfarros y no se arruinará'. Se ve con toda claridad que la segunda negación es un enunciado mucho más fuerte y positivo que el primero. El primero sólo afirma la posibilidad de la combinación ab', el segundo la certeza de dicha combinación.[3]

Es decir, nuestro autor no interpreta su símbolo ':' como la implicación de la lógica clásica, universalmente conocida por el inapropiado nombre de 'implicación material' con que Russell y Whitehead la bautizaron en los *Principia Mathematica,* sino que para él, una implicación equivale a la fórmula conjuntiva $(ab')^{\eta}$, que establece que la conjunción de a con la negación de b es imposible, o, alternativamente, a la fórmula disyuntiva $(a' + b)^{\varepsilon}$, que establece que la disyunción de b con la negación de a es siempre cierta. Dicho en otras palabras, en el sistema de 'enunciados equivalentes' construido por MacColl, el signo ':' representa la relación que media entre dos enunciados no cuando como cuestión de hecho no es el caso de que *a y no-b,* sino cuando no es posible que a sea verdadero y b falso. Esta relación no es otra que la de 'implicación estricta', ya conocida por los lógicos estoicos y medievales y oficialmente redescubierta unos años después de él por C.I. Lewis.

---

[3] *Mind V* (1880), p. 54. (La versión castellana de este artículo puede verse en P. Castrillo (ed): *Los precursores británicos de la lógica moderna*,Madrid, UNED, 1993, pp. 185-193) De la interpretación de la implicación se ocupa MacColl por primera vez en el segundo de sus artículos de los *Proc. Lon. Math. Soc* IX (1878), p 177, pero también alude a ella, entre otros lugares, en *Mind VI* (1897), p. 507 y *Mind XII* (1903), p.362.

Esta preferencia de MacColl por esta acepción de la implicación está estrechamente relacionada con otro tema respecto del cual también adoptó una postura claramente distinta de la de los lógicos de su tiempo. Me refiero al hecho de que en su sistema no se asume el principio de bivalencia, sino que se distingue entre tres clases de enunciados, a saber, enunciados ciertos (representados mediante el índice ε), enunciados imposibles (representados por el índice η) y enunciados que él denomina 'variables' o 'dudosos', esto es, enunciados que contienen algún componente indeterminado (representados mediante el índice θ). Este último tipo de enunciados fue objeto de muy duras críticas por parte de algunos de sus contemporáneos, como es el caso del por entonces joven Bertrand Russell. Éste le acusa de no distinguir entre proposiciones propiamente dichas, que sólo pueden ser verdaderas o falsas, y expresiones que contienen alguna variable real –lo que a partir justamente de él se llamarán 'funciones proposicionales'.[4] Russell, que no deja de reconocer por lo demás los numerosos aciertos que a su juicio encierra el trabajo de MacColl, atribuye este error al hecho de que este autor no distingue entre una expresión verbal y lo que ella significa, distinción cuya omisión lleva a importar a la lógica los defectos del lenguaje común. Mientras que en éste se emplean muchas palabras cuyo significado varía según el contexto o el momento en que se las emplea, en lógica -dice Russell- en la medida en que ésta no debe ocuparse de formas de palabras, sino que ha de limitarse a lo que éstas significan, y, en consecuencia, a 'formas que resulten carentes de ambigüedad', 'los enunciados "variables" desaparecen.'[5]

A nadie se le ocurriría seguramente poner en tela de juicio que es preciso distinguir entre enunciados que contienen algún componente indeterminado y enunciados que sólo contienen componentes determinados, independientemente de cuál sea el

[4] Cf. la reseña que Russell hace de la *Symbolic Logic* de MacColl, *Mind XV* (1906), pp 255-60.

[5] *Ibid*, p. 257.

nombre que demos a unos y otros, pero la cuestión no parece que sea ésta. Lo que aquí se discute parece ser más bien la cuestión de si el ámbito de los valores de la proposición ha de circunscribirse a los dos valores de verdad y falsedad, como cree Russell, o puede ampliarse a más de dos, como parece dispuesto a admitir nuestro autor. Ciertamente, no contribuye mucho a aclarar su postura el modo tan poco preciso en que tiene a bien expresarse, modo que en ocasiones llega a alcanzar la equivocidad, como ocurre cuando, por una parte, por 'proposición' parece que no entiende sino 'una mera disposición convencional de palabras u otros símbolos empleados para transmitir información o expresar un juicio',y en cambio por otra, no duda en aplicarle adjetivos que sólo resultan apropiados aplicados a contenidos proposicionales, pero no a las proposiciones así entendidas.[6]

En lo que no es equívoco en cambio es en la defensa que hizo frente a sus contemporáneos – frente a Venn y Jevons primero y frente a Schröder después– de la conveniencia de interpretar la implicación no como una conectiva veritativo-funcional[7], sino de un modo más estricto. Estaba convencido de que el hecho de que la interpretación veritativa por la que habían optado otros autores condujera a incómodas paradojas no hacía sino darle la razón. Al final de su vida, comentando una recensión que había aparecido de los recién publicados *Principles of Mathematics* de B. Russell, se lamenta todavía:

> Durante casi treinta años he estado tratando en vano de convencerles de que la supuesta equivalencia invariable entre un condicional (o implicación) y una disyuntiva es un error, y

[6] *Mind* XVI(1907), pp. 470-73. MacColl sigue en esto a los lógicos postescolásticos, que definieron siempre la *propositio* como un signo complejo de carácter eminentemente lingüístico.

[7] La polémica con estos autores se desplegó en diversas publicaciones, entre otras, la revista *Nature*, como recientemente ha señalado Tony Christhe en 'Nature as a source in the History of Logic', *Hist. and Phil. of Logic 11* (1991), pp. 1-4, en donde destaca la importancia de esta publicación para reconstruir el desarrollo de la lógica en este período.

ahora la supuesta observación de Mr. Shearman es una prueba que ha de decidir finalmente la cuestión a mi favor.[8]

Lo que Shearman apuntaba en esta recensión no era sino que una de las consecuencias que se seguían de la definición russelliana de la implicación era que, dado un par de proposiciones cualesquiera, una ha de implicar necesariamente la otra. Como es sabido, y como Russell reconoce en su respuesta a MacColl,[9] éste es efectivamente uno de los resultados paradójicos que se siguen en cualquier sistema que tome como base la implicación material, pero además, no el único, ya que en un sistema tal también son deducibles, entre otras cosas, resultados tan sorprendentes como el de que una proposición falsa implica cualquier proposición y el de que una proposición verdadera es implicada por cualquier proposición. Ocurre, empero, que en los sistemas que optan por la implicación estricta, aunque no a éstos, también se llega a resultados que resultan antiintuitivos o contrarios al sentido común. Este hecho, que ya era conocido desde los tiempos de Ockham, e incluso antes, y que enseguida se apresuró a reconocer C.I. Lewis, cuando defendió las ventajas de sustituir la implicación material por la implicación estricta, coloca a ambas interpretaciones del condicional, en contra de lo que pensaba MacColl, en igualdad de condiciones, no siendo ninguna de estas opciones más ventajosa que la otra desde este punto de vista. Esto no quita para que nuestro autor pueda haber vislumbrado otras razones de peso, aunque no haya sabido hacerlas explícitas, para inclinarse por la segunda de las dos interpretaciones, aún a riesgo de sentirse totalmente solo en el empeño.

Como quiera que haya sido, lo que está claro es que su caso hace que sea necesario revisar la extendida creencia según la cual en los inicios de la lógica moderna hubo una unanimidad absoluta entre los lógicos a la hora de optar por el condicional material. El

[8] '"If" and "Imply"', nota publicada en *Mind XVII* (1908), p. 152.
[9] '"If" and "Imply". A Reply to Mr. MacColl' *Mind XVII* (1908), pp. 300-301.

caso de MacColl parece indicar, por el contrario, que en esta época convivieron ambos sentidos del condicional, como ya ocurriera en la época medieval, y la amplia profusión con que se discutió la célebre paradoja de los tres barberos planteada por Lewis Carroll,[10] induce a pensar incluso que, si no tan debatida como en la Grecia antigua, donde, al decir de Calímaco, 'hasta los cuervos graznan en los tejados sobre cuál es la implicación correcta', la cuestión del modo de entender el condicional, o –como entonces se decía– la proposición hipotética, estuvo un tanto lejos de recibir una respuesta unánime. De hecho, según acabamos de ver, el tratamiento que MacColl hizo de la cuestión le llevó a construir un sistema que, si bien no puede considerarse una lógica modal propiamente dicha, por cuanto que, para poder gozar de semejante estatuto tendría que tener aislados los axiomas de los que inferir los teoremas y precisadas las reglas de transformación, cosa que no es el caso, no por ello deja de ser, no obstante, la primera tentativa de la época moderna encaminada a presentar las propiedades formales de la implicación estricta.

2. La lógica no-relativa de C.S. Peirce

El curso seguido por el segundo de nuestros autores en el desarrollo de una lógica proposicional es, como me dispongo a analizar en detalle, bien distinto del de MacColl. Para empezar, Peirce, aunque consciente de la falta de correlación entre la interpretación material del condicional y la que hacemos en el caso de muchos de los condicionales del lenguaje ordinario, optó, no obstante, por la implicación filónica, como también hiciera Frege.

[10] La paradoja de los tres barberos, bautizada por Venn con el nombre de 'el problema de Alicia', fue planteada por Carroll en un artículo publicado en *Mind* (1894), cuya versión española puede verse en L. Carroll, *El juego de la lógica*, Madrid, Alianza Ed., 1972, pp. 145-149. MacColl se ocupó de él en *Mind VI* (1897), pp. 501-502. Para esta y otras soluciones, véase G. Paretti y A. de Palma, 'Fallacie e paradossi. Vicende di storia della lógica tra ottocento e novecento', *Rivista di Filosofia XIV* (1979), pp. 198-235.

Pero es que, además, aunque empezó adoptando el punto de vista algebraico y proponiéndose la tarea de continuar la labor de Boole viendo de qué modo se podía obtener el cálculo proposicional a partir del cálculo de clases, terminó por abandonar dicho punto de vista y por presentar un sistema que, en líneas generales, cabe interpretar como una exposición informal de la lógica de primer orden y en el que la lógica proposicional configura el apartado más elemental.

Peirce inicia , en efecto, su labor en lógica adhiriéndose al paradigma algebraico preponderante en aquel momento, pero en uno de sus primeros trabajos encontramos ya claros indicios de la heterodoxia que había de caracterizar a toda su obra en este campo.[11] En él decide sustituir la equivalencia, que era la relación básica de los sistemas algebraicos, por la relación de inclusión de clases.[12] A esta nueva relación la representa mediante el símbolo '-<', bautizándola más tarde con el nombre de relación de 'ilación' e identificándola con la consecuencia lógica. Será esta nueva relación la que, en el que sin duda es su trabajo más interesante de esta etapa algebraica, 'On the Algebra of Logic',[13] tome como base para intentar desarrollar el cálculo de términos tanto absolutos como relativos, llegando a algunos resultados indudablemente interesantes. La relevancia de los resultados de este trabajo queda, sin embargo, oscurecida por el hecho de que en él se incurre en la confusión de identificar formalmente esta relación de inclusión con la de consecuencia y con el condicional. Esta confusión llevará allí

---

[11] 'Description of a notation for the logic of relatives resulting of a amplification of the conceptions of Boole's calculus of logic' (1870), en *Writings of Charles S. Peirce: a chronological edition*, vol. 2, ed. de E. C. Moore, Bloomington Indiana U. Press, 1984.

[12] *Ibid.* p. 360, nota 1.

[13] Cf. *Collected Papers of Sanders Charles Peirce*, vols. 1-6 ed. C. Hartshorne y P. Weiss, Cambridge 1931-38, vol. 3, pp.104-157.(A partir de ahora las referencias a esta obra se reducirán a consignar, como es usual, el número de volumen y de parágrafo). Su versión castellana, así como la de los demás trabajos lógicos que se citan a partir de aquí, puede verse en *Escritos lógicos*, ed. de P. Castrillo, Madrid, Alianza Editorial, 1988.

a Peirce a tomar por pruebas del 'cálculo de términos absolutos' –que es el nombre que él daba al cálculo de clases– argumentos que se apoyan en su concepto de consecuencia y que, por ende, utilizaban principios no pertenecientes a dicho cálculo. Habrá que esperar a su trabajo de 1885,[14] el más importante de cuantos publicó en lógica, para verle abandonar la interpretación algebraica de las fórmulas y exponer una lógica, a la que denomina 'lógica no-relativa', en la que las variables sustituyen a proposiciones y el símbolo -< se interpreta ya de manera inequívoca como un condicional. En una palabra, lo que encontramos en este trabajo no es sino una teoría que, dejando de lado ciertos problemas interpretativos de los que luego hablaré, en principio cabe considerar como la lógica proposicional peirceana.[15]

Peirce inicia la sección dedicada a este tema (3.365-3.391) observando que el principio fundamental de la lógica es el de que toda proposición es verdadera o falsa, lo que en la práctica significa que las variables sólo pueden adoptar los valores *V*, *F*. Esta parece ser, dicho sea de pasada, la primera vez en que se hace uso en lógica de los valores de verdad, noción que Frege no introducirá en su obra hasta un poco más tarde.[16] Como para este momento ya había dejado de lado el punto de vista algebraico, Peirce ya no intentará servirse de esta idea de que los enunciados se caracterizan por ser verdaderos o falsos para obtener el cálculo de proposiciones a partir del de clases, sino que el cumplimiento de esta tarea quedará para Schröder, que la llevará a cabo en el segundo de los volúmenes que componen sus *Vorlesungen*, en

---

[14] Este trabajo lleva por título 'On the Algebra of Logic. A Contribution to the Philosophy of Notation' (*CP* vol. 3, pp. 167-203).

[15] Así es como la interpretan, entre otros, G.D.W. Berry, 'Peirce's contribution to the logic of statements and quantifiers', en *Studies in the Philosophy of C.S. Peirce*, ed. P. Wiener and F.H.Young, Cambridge, Harvard Univ. Press, 1952, pp. 153-65; A.N. Prior, 'The Algebra of the copula', en *Studies of Philosophy of C.S. Peirce* (second series), ed. E.C. Moore and R.S. Robin, Amherst, Univ. of Massachusetts Press, 1964, pp. 79-94 y A. Turquette, 'Peirce's icons for deductive logic', *ibid*, pp. 95-107.

[16] Cf.A. Church, *Introduction to Mathematical Logic*, Princeton Univ. Press, 1956, p. 25, nota 67.

donde mostrará que el cálculo de enunciados no es formalmente sino una extensión del de proposiciones.[17] Este volumen será por cierto objeto de durísimas críticas por parte de nuestro autor (2.350), que ponen de manifiesto lo muy alejado que está ya de la idea de que el enfoque algebraico es el más adecuado para abordar los problemas lógicos.

Una vez introducido el principio de que toda proposición es verdadera o falsa, Peirce pasa a establecer el carácter funcional del condicional, cuyas propiedades formales son las que va a explicitar en su sistema. Aunque no deja de reparar en que la índole modal de muchas de las proposiciones condicionales del lenguaje natural escapa a semejante interpretación, Peirce se inclina, no obstante, por la interpretación filónica del condicional, como confiesa explícitamente en el siguiente texto:

> Cicerón nos informa de que en su tiempo había una famosa controversia entre los lógicos, Filón y Diodoro, respecto a la significación de las proposiciones condicionales...La mayoría de los lógicos fuertes han sido filónicos y la mayoría de los débiles han sido diodorianos. Por mi parte soy filoniano, pero no creo que se haya hecho justicia al aspecto diodoriano de la cuestión. El diodoriano siente vagamente que algo marcha mal con el enunciado de que la proposición 'Si relampaguea tronará' pueda ser hecha verdadera por el mero hecho de que no relampaguee.[18]

Esto no implica que no fuera capaz de ver los resultados contraintuitivos que acompañan a esta interpretación; antes al contrario, se hace eco de ellos en varias ocasiones, como cuando escribe, por ejemplo:

[17] En dicho volumen, Schröder muestra, en efecto, que el cálculo proposicional se obtiene añadiendo al cálculo de clases un nuevo axioma, *(a=1)=a*, adición que permite probar que una variable solo puede tomar los valores 1 o 0.

[18] *Reasoning and the Logic of Things*, ed. por Keine Laine Ketner, Harvard U. Press, 1992, p. 125. En parecidos términos se expresa en 'The regenerated Logic', *CP* 3.441.

Aunque las tesis filónicas llevan a inconvenientes tales como que es verdadero, como consecuencia *de inesse*, que si el Demonio fuera elegido presidente de los Estados Unidos, resultaría enormemente positivo para el bienestar espiritual de la gente (porque no será elegido), no obstante, tanto el profesor Schröder como yo preferimos construir el álgebra de relativos sobre esta concepción de la proposición condicional.[19]

Las razones para esta preferencia, en el caso de nuestro autor, hay que buscarlas en la mayor simplicidad y facilidad de comprensión que acompañan a esta noción. Y es que el condicional así entendido, al tener valores de verdad por valores propios y al no admitir sino valores de verdad por argumentos, no expresará sino una correlación de valores de verdad a valores de verdad o – para decirlo en la terminología actual– no será sino una función veritativa, con las consiguientes ventajas que esto supone para el tratamiento formal. Peirce no deja de señalar, sin embargo, que la opción diodoriana no ha tenido la suerte de contar con una buena defensa, pero que su desarrollo formal podría ser interesante. Con ello está dando muestras de una actitud claramente tolerante respecto de la cuestión de la disposición a aceptar las credenciales al estatuto de sistemas lógicos de otros formalismos distintos del por él desarrollado, cosa que no hará en cambio Frege que , como se sabe, no duda en relegar las nociones modales al estatuto de nociones epistemológicas.

Lo que Peirce explicita en el sistema enunciativo expuesto en la sección antes aludida no son, en efecto, sino las propiedades formales del condicional material. Como fundamento de dicho sistema, propone cinco principios a los que denomina 'iconos', que normalmente se han interpretado como los axiomas del sistema peirceano, pero cuyo estatuto dista mucho de ser claro, especialmente en el caso del cuarto, que indudablemente no es un axioma,

---

[19] *Ibid.*, 3.443. Otra justificación más o menos similar puede verse en 3.374.

sino que más bien puede verse como un esquema de definición. En realidad, el hecho de que Peirce no ofrezca ninguna otra regla adicional propicia la inclinación a pensar que los iconos peirceanos están lejos de ser solamente axiomas y que cada uno de ellos más bien define a la vez un axioma y una regla. Así, por ejemplo, su tercer icono, que establece la transitividad del condicional (para él, la propiedad fundamental de las tres relaciones de inclusión, implicación y consecuencia), i.e,

$$(x \mathbin{-\!<} y) \mathbin{-\!<} [(y \mathbin{-\!<} z) \mathbin{-\!<} (x \mathbin{-\!<} z)],$$

tal vez pudiera interpretarse, a tenor de lo que hemos dicho, como representando tanto el axioma

$$(x \rightarrow y) \rightarrow [(y \rightarrow z) \rightarrow (x \rightarrow z)]$$

como la regla

$$(x \rightarrow y) \vdash [[y \rightarrow z) \rightarrow (x \rightarrow z)],$$

en cuyo caso, su teoría habría de tomarse por un sistema a caballo entre un sistema axiomático y un sistema de deducción natural. Sin embargo, teniendo en cuenta que una característica común a todos los lógicos de la tradición algebraica es la falta de interés por someter las demostraciones a un conjunto claramente delimitado de reglas de inferencia, lo más razonable parece que es considerar el sistema presentado por Peirce como un sistema axiomático *tout court*, aunque falto por completo del rigor y la precisión de los que hiciera gala Frege en la presentación del suyo.[20]

---

[20] Así es como normalmente ha sido considerado por los estudiosos de la obra lógica de Peirce. De esta interpretación se aparta, sin embargo, Randall R. Dipert, quien en 'Peirce's propositional logic'(*Review of Metaphysics* 34 (1981), pp. 569-585), no sólo discute la idea de que el sistema proposicional de Peirce sea un sistema claramente axiomático, sino que incluso duda mucho que se pueda aislar la lógica proposicional en su sistema. Su idea es que Peirce ha desarrollado un cálculo formal 'cuya pretendida interpretación es indistintamente una lógica proposicional,

Mas no es por esta sistematización de la lógica enunciativa por lo único que este apartado de la obra lógica de Peirce merece mayor consideración de la que hasta ahora se le ha prestado. La presentación de su lógica no-relativa encierra también algunos otras aportaciones de indiscutible interés. Me limitaré a reseñar las dos que considero más importantes. Son éstas su descubrimiento de la posibilidad de reducir todo el cálculo proposicional a una única variable y su introducción de un procedimiento de decisión para dicho cálculo. Empezando por esta segunda novedad, a Peirce le corresponde el mérito de haber sido el primero en señalar la posibilidad de emplear un procedimiento de tabulación para decidir el valor de verdad de las fórmulas proposicionales, procedimiento que, para la resolución de problemas de lógica de clases, ya había sido vislumbrado por Boole y por Jevons. Una vez introducidos sus cinco iconos, Peirce añade, en efecto:

> Las fórmulas generales dadas antes no resultan útiles en la práctica. Podemos prescindir de ellas, así como de uno de los índices de *tokens* que en ellas aparecen mediante el empleo de las siguientes reglas. Una proposición de la forma
>
> $x \mathrel{-\!\!<} y$
>
> es verdadera si $x=f$ o $y=v$. Solo es falsa si $y=f$ y $x=v$. Una proposición representada en la forma
>
> $\neg(x \mathrel{-\!\!<} y)$
>
> es verdadera si $x=v$ e $y=f$, y es falsa si o $x=f$ o $y=v$. En consecuencia, para averiguar si una fórmula es necesariamente verdadera, sustituyamos sus letras por f y v y veamos si se la puede suponer falsa para cualquiera de tales asignaciones de valores.[21]

---

una lógica de clases o una teoría de la consecuencia, según cuáles se considere que son las referencias de los términos.' *Ibid.* p. 581.

[21] Cf. 3.387. El propio Peirce probó mediante semejante método la verdad del tercero de sus iconos.

Pero Peirce no sólo vislumbró con toda claridad, como pone de manifiesto este pasaje, un procedimiento de decisión para la lógica proposicional perfectamente adecuado, sino que también se anticipó en treinta años a H.M. Sheffer en el descubrimiento de la posibilidad de reducir todo el cálculo enunciativo a una única constante. Aunque los escritos que lo acreditan permanecieron inéditos hasta su publicación en los *Collected Papers*, lo cierto es que en un conjunto de notas que los editores calculan que se remontan a c.1880, alude por primera vez a la posibilidad de reducir todas las funciones a la constante 'ni...ni...' (4.12-415), posibilidad sobre la que vuelve de nuevo en 1902, pero decantándose en este caso por la conectiva 'no a la vez...y...' ,a la que él denomina *ampheck* (4.264).

Proposiciones categóricas versus proposiciones hipotéticas.

La labor desarrollada tanto por MacColl como por Peirce en el ámbito de la lógica enunciativa hay que enmarcarla dentro del contexto del debate que por aquel entonces aún coleaba en torno a la cuestión de la relación entre lógica categórica y lógica hipotética, como entonces se decía, o –como ahora diríamos– entre la lógica de clases y la lógica proposicional. La cuestión que se ventilaba en dicho debate no era sino la de si las proposiciones categórica e hipotética son o no reducibles una a la otra, y supuesto que sí, cuál a cuál. Que ésta no era una cuestión baladí lo indica el mero hecho de que la respuesta que se le diera condicionaba en buena medida la estructuración y vertebración que habrían de efectuarse del conjunto de lo que por entonces constituía el ámbito de la lógica.

La postura que venían manteniendo los lógicos postescolásticos tardíos (Aldrich, Whately, etc) ante esta cuestión era la de considerar que las hipotéticas no son esencialmente distintas de las categóricas sino que son analizables en términos de éstas. Así, una proposición hipotética como 'Si truena relampaguea' sería analizable, según estos autores, como 'Todas las ocasiones en que truena son ocasiones en que relampaguea', que no es sino una proposición categórica.[22] Ésta será también la postura mantenida, en líneas generales,por Boole y sus seguidores más directos.[23]

Frente a los defensores de esta postura estaban quienes consideraban que la reducción era posible, pero que no son las hipotéticas las que han de reducirse a categóricas, sino más bien al revés. Es en este grupo en el que se sitúan nuestros dos autores, como no podía menos de suceder habida cuenta de su decisión de hacer de la proposición el elemento más básico y de la implicación la conectiva fundamental de la lógica.

De Hugh MacColl puede decirse que es el primero que se propuso definir la relación de inclusión en términos de implicación y basar la teoría silogística en la lógica proposicional.[24] Para él, la relación de inclusión no es sino una relación derivada, siendo de hecho la relación de implicación que media entre el enunciado de que una cosa pertenece a una clase y el enunciado de que pertenece a otra. Así, una proposición categórica como 'Todo Y es Z' se representa en su sistema mediante *y:z*, expresión con la que se quiere significar simplemente que si un individuo pertenece a la clase Y, entonces pertenece a la Z. De este modo, cada una de las proposiciones categóricas se representa en su sistema mediante una implicación o una no implicación (simbolizada mediante ÷) simples, y el silogismo mediante una implicación compleja.[25]

En cuanto al lógico americano, a pesar de las muchas fluctuaciones que hay en el curso de su obra, tampoco dejó nunca de

---

[22] Esta es en concreto la reducción defendida, en su opúsculo *Elements of Logic* (London, Mawman, 1927, p. 119), por R. Whately, uno de los autores que más hizo por revitalizar los estudios lógicos en Inglaterra y que tuvo una influencia nada desdeñable en los algebristas lógicos.

[23] Sobre este tema, véase A.N. Prior 'Categoricals and Hypotheticals in George Boole and his successors', *Australasian Journal of Philosophy* 27(1949), 171-196, si bien a quien más atención se dedica en este trabajo es a un lógico menor, como es el caso de W.E. Johnson.

[24] B. Russell atribuyó en un principio la autoría de esta idea a Peano, pero tras comprobar que MacColl se había adscrito a ella ya en 1878, rectificó en *Mind*, 1906, p. 255, nota 1.

[25] Véase *Mind V* (1880), pp. 56-57.

mantenerse a favor de la tesis reductiva ni de defender la reducción de las categóricas a hipotéticas. Además de empezar confesando haberse visto arrastrado al estudio de la lógica por el intento de mejorar el inadecuado tratamiento hecho por Boole tanto de las proposiciones particulares como de las hipotéticas (3.138), Peirce se muestra partidario de la reducción en el sentido indicado. Son varios los lugares de su obra en los que se expresa en términos más o menos similares a los siguientes:

> Una disputa no carente de interés ha estado en auge durante muchos años respecto a si las proposiciones hipotéticas (por las que, conforme a la terminología tradicional, entiendo cualquier proposición compuesta y no meramente aquellas proposiciones condicionales a las que desde Kant se ha restringido el término) y las categóricas son esencialmente las mismas. Los lógicos ingleses mantienen una postura afirmativa, los alemanes, una negativa. Schröder está en el campo de los segundos, yo en el de los primeros.[26]

No es ésta –dicho sea de pasada– la única vez en que nuestro autor se alinea en el campo de los lógicos 'ingleses' y frente a los 'alemanes'. Lo hace también cuando, al abordar el tema de las relaciones entre lógica y psicología, se declara a favor de la concepción objetiva de la lógica, mantenida por los primeros, y en contra de la psicologista de los segundos. (Prueba ésta, por cierto, casi inequívoca de que, al menos por aquel entonces, desconocía la existencia del fustigador de psicologistas por antonomsia que era Frege).[27] Por lo que respecta al tema de la reducción de las

---

[26] 'The Regenerated Logic', *CP* 3.439.

[27] Por lo demás, que la suya sea una concepción antipsicologista es más que dudoso, si se tienen en cuenta algunos de sus textos. Para una defensa de la idea de que Peirce mantuvo una postura psicologista, aunque moderada, véase J. Zeman, 'Peirce's Philosophy of Logic',*Transactions of the Charles Sanders Peirce Society* 22(1986, pp.1-22.

proposiciones, no le faltaban en cambio razones para esta división, ya que varios de los lógicos alemanes de entonces se habían mostrado efectivanete contrarios a la reducción en cualquiera de ambos sentidos. Entre ellos estaba Schröder, quien, siguiendo en este punto a Kant,[28] consideraba imposible toda reducción. Peirce,en cuyo pensamiento hay tantas resonancias kantianas, no se dejó arrastrar por Kant en este punto. Su postura era la de que no existe distinción alguna entre proposición categórica y proposición hipotética (condicional). Para él la forma *A-<B* abarca tanto la hipotética como la categórica (3.175). Su posterior descubrimiento de la teoría de la cuantificación le llevará a perfilar esta idea y a analizar las proposiciones categóricas como lo hace la lógica actual, i.e, las universales como la clausura universal de la expresión funcional 'Si *x* es *F*, *x* es *G*'y las particulares como la clausura particular de la expresión' *x* es *F* y *x* es *G*':

> Dando por sentado esto [que un condicional equivale a una disyunción], afirmo que no hay ninguna diferencia lógica entre una proposición categórica y una hipotética. Una categórica universal es una hipotética disyuntiva y una categórica particular es una hipotética copulativa. Esta es hoy mi postura como lo era en 1867. Afirmo, pues, que salvo para una consideración de importancia secundaria, una proposición categórica tiene hoy una estructura esencialmente más compleja que una hipotética.[29]

Así, decir que todo hombre que esté libre de pecado puede tirar una piedra, equivale a decir , según él, que dado un hombre cualquiera, o no está libre de pecado o puede tirar una piedra, en

[28] Para Kant, semejante reducción era imposible o al menos filosóficamente indeseable. (Véase *Logik*, pp. 190 y ss.)
[29] Cf. C.S.Peirce, *Reasoning and the logic of things*, p. 127.

tanto que decir que algunos cisnes son negros equivale a decir que existe un objeto del que es cierto que es cisne y es negro.[30]

En realidad, lo que Peirce mantenía no era sólo esto, i.e., que hay una similitud entre la relación de inclusión y el condicional, sino algo un poco más complejo. Él creía también que existía esa misma similitud entre esas dos relaciones y la relación de implicación. Su idea era que la relación entre sujeto y predicado, o entre antecedente y consecuente, es esencialmente la misma que la que media entre premisa y conclusión, i.e., entre lo que él llamaba relación de ilación, que es la relación que se expresa mediante *ergo*. Esta relación era para él la relación lógica fundamental (3.440), toda vez que, a su modo de ver, un análisis lógico de su estructura revela que los términos no son sino proposiciones implícitas (2.341, 2.356) y éstas, a su vez, no otra cosa que argumentos desprovistos de su fuerza asertiva (2.344, 2.346).

No quiere esto decir que Peirce confundiera el condicional con la implicación, pues, al menos a partir de su trabajo de 1885 antes citado, parece distinguir ya con toda claridad entre estas dos nociones, frecuentemente confundidas por el hecho de que un determinado tipo de condicional, a saber, el condicional tautológico, pueda traslucir una relación de consecuencia. Lo que sí parece que ocurre empero con su sistema es algo muy similar a lo que sucedía con la teoría medieval de las *consequentiae*, que por lo demás tan bien conocía: al igual que en ésta algunas de las reglas consecuenciales eran equivalentes a tautologías de la lógica proposicional (clásica o modal) en tanto que otras eran más bien similares a reglas metalógicas de inferencia, no siendo siempre clara la distinción entre ellas, Peirce , en ocasiones, parece no conformarse con el mero establecimiento de leyes proposicionales y da la impresión de querer ir más allá de la simple sistematización de la lógica proposicional. Dicho en otros términos, hay ocasiones en que parece como si Peirce se hubiese propuesto no sólo el puro cometido de sistematizar la lógica proposicional, sino

[30] *Ibid.* p. 125.

también la más pretenciosa tarea de establecer una teoría de la consecuencia lógica. Ni qué decir tiene que una tarea tal no puede abordarse más que desde un metalenguaje y que su cumplimiento había de esperar aún un tiempo, pero el hecho de que nuestro autor haya llegado a planteársela no hace sino dar fe de la complejidad de su pensamiento y de la vastedad de los problemas a los que su obra, sumamente condicionada por sus lecturas de los medievales, quiso dar respuesta.