

LA LÓGICA (MATEMÁTICA) EN PEIRCE¹

Arnold Oostra

**Departamento de Matemáticas y Estadística
Universidad del Tolima**

1. EL CONTEXTO DE UNA PROPUESTA

Charles S. Peirce se consideraba a sí mismo, ante todo, un lógico. Pero lo que él veía como lógica es algo mucho más amplio que lo que entendemos por esa palabra en el mundo altamente especializado de principios del siglo XXI. Para Peirce la lógica, en el sentido pleno, es un estudio general de la representación y abarca buena parte de la semiótica. Se trata de una ciencia normativa luego requiere un fundamento, provisto por la faneroscopia triádica. Esto explica la división, indicada por Peirce, de la lógica en tres ramas: la gramática pura o especulativa, que establece las condiciones necesarias para los signos; la crítica o lógica propiamente, ciencia formal de la clasificación y veracidad de los argumentos; la retórica pura o especulativa, que estudia los métodos de razonamiento.

Así pues, aunque se trata de algo mucho más general, la lógica de Peirce sí incluye la lógica matemática/simbólica/formal/exacta que estudiamos hoy como una rama de las ciencias matemáticas. Muchos trabajos en lógica y matemática del siglo XX fueron anticipados por Peirce; muchas ideas importantes de la lógica matemática actual se deben a Peirce, aunque este hecho no se reconozca de manera universal; mucha matemática –estudiada y sin estudiar– se encuentra en los escritos de Peirce, aún en los *Collected Papers*.

Los mayores esfuerzos en la recuperación y el estudio de la obra de Peirce se han efectuado desde la filosofía, siendo quizás allí donde es más conocida. Para comprender a plenitud el pensamiento de Peirce, aún desde la perspectiva de la filosofía, es indispensable mirar con cuidado la matemática presente en ese legado. Desde otra óptica, si el matemático quiere apreciar en la obra de Peirce algo más que una colección de resultados técnicos dispersos, aunque cada uno sea muy interesante en sí, es indispensable que mire la arquitectura filosófica del pensador.

¹ Este documento corresponde a la participación del autor en el Evento sobre el Pensamiento de Peirce, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, 18 de marzo de 2002.

En la tarea de recuperación del legado lógico-matemático de Peirce, así como de otros aspectos de su obra, pueden distinguirse tres niveles. En primer lugar es preciso leer a Peirce: abordar los temas matemáticos presentes en sus escritos y estudiarlos con rigor. En segundo lugar, cada aspecto de la obra de Peirce debe interpretarse en contextos variados: sus aportes matemáticos pueden compararse con otros trabajos en el desarrollo de esta ciencia y, por otra parte, deben mirarse en el contexto filosófico de la obra de Peirce. Por último, la tarea más difícil pero también más fructífera es la de construcción: las ideas lógico-matemáticas presentes en el legado de Peirce deben desarrollarse y explotarse para avanzar en el planteamiento y la solución de problemas abiertos importantes.

Estas ideas generales han inspirado en la Universidad del Tolima una propuesta de trabajo a corto plazo. Se trata de estudiar a fondo y con detalle temas específicos y concretos de lógica matemática en la obra de C. S. Peirce. Aunque el comienzo es –en apariencia– un esfuerzo puntual, local, la experiencia ha mostrado que ese estudio pronto conduce a mirar conexiones de la materia con aspectos más generales, globales, del legado de Peirce. A continuación se detallan los temas escogidos hasta ahora.

2. TRABAJOS REALIZADOS

- **Artículo *Acercamiento lógico a Peirce***

Por aparecer en el Boletín de Matemáticas de la Universidad Nacional. En un principio se pretendía reseñar el libro *Studies in the Logic of Charles Sanders Peirce* [Nathan Houser, Don D. Roberts and James Van Evra (eds.), Indiana University Press, Bloomington and Indianapolis, 1997] pero el trabajo desbordó ese propósito resultando un cruce entre artículo divulgativo, reseña y ensayo.

En la primera sección del artículo se traza una semblanza de Charles S. Peirce. La segunda consiste en resúmenes concisos de los 28 ensayos que constituyen *Studies in the Logic of Charles Sanders Peirce*. La tercera sección contiene algunos apuntes críticos sobre el libro reseñado y, con más generalidad, sobre los estudios de la obra de Peirce. La bibliografía enfatiza la literatura sobre Peirce disponible en español y el apéndice es la lista de los títulos en inglés de los 28 artículos.

En el libro *Studies...* pueden distinguirse las divisiones siguientes: Introducción (1 artículo), artículos históricos (3), acerca de los fundamentos de la matemática (3), matemática y lógica (2), la lógica de los cuantificadores y de las relaciones (7), los conectivos proposicionales (2), los gráficos existenciales (3), artículos filosóficos (7).

- **Curso Electivo *Tópicos en la Lógica de Peirce***

En el marco del curso electivo de matemáticas, en la Carrera de Matemáticas de la Universidad del Tolima se desarrolló durante el semestre B de 2001 un curso sobre la lógica en Peirce. El objetivo era fijar la atención sobre su importante legado estudiando con cierto detalle algunos de los aportes de Peirce a la lógica matemática. No se descuidó el desarrollo de marcos históricos y filosóficos adecuados para la elaboración de una panorámica global de la obra del pensador.

Los temas desarrollados incluyeron: Un perfil de Charles S. Peirce; una axiomatización de los números naturales debida a Peirce; una enumeración de los números racionales por Peirce; la notación de Peirce para los conectivos binarios; los gráficos existenciales de Peirce; elementos del edificio filosófico de Peirce.

3. TEMAS DE TRABAJOS EN DESARROLLO

- **Una notación para los conectivos binarios**

Con Mireya García y Jhon Fredy Gómez, estudiantes UT.

En el cálculo proposicional usual se emplean 5, 6 o, en el mejor de los casos, 7 conectivos binarios dejando de lado el resto de los 16 posibles. Un estudio sistemático de la totalidad de los conectivos binarios revela simetrías sorprendentes que de ninguna manera se observan en los símbolos corrientes. Hacia 1902 (¡hace 100 años!), Peirce concretó mucho de sus ideas generales sobre el signo proponiendo una notación homogénea para los 16 conectivos binarios. En primer lugar, esta notación es plenamente icónica en tanto contiene el significado de cada conectivo, exhibe algunas de sus propiedades y refleja todas las simetrías encontradas en el sistema completo de conectivos. Por otra parte, la notación de Peirce es funcional pues, como él mismo lo mostró, permite encontrar de manera sistemática decenas de miles de tautologías.

- **Los gráficos existenciales gama y algunas lógicas modales**

Con Fabián Augusto Molina, estudiante UT.

Desarrollados a lo largo de varios años, los gráficos existenciales fueron considerados por Peirce su obra maestra. Se trata de un sistema de diagramas lógicos cuyo objetivo principal es facilitar el análisis de la estructura lógica de las afirmaciones, aunque también permite realizar inferencias con gran comodidad. En 1903 Peirce mismo ya distinguía tres partes en su sistema: la parte alfa corresponde al actual cálculo proposicional mientras la parte beta

corresponde al cálculo de predicados con igualdad. Los gráficos existenciales gama constituyen un sistema muy general y muy versátil, algunos de cuyos subsistemas corresponden a diferentes lógicas modales, por ejemplo, las lógicas referentes a la necesidad y la posibilidad.

- **Un método de decisión para los gráficos existenciales alfa**

Uno de los problemas que se plantea la lógica matemática es el de la decisión: dada una expresión en cierto sistema formal, decidir mediante algún algoritmo finito si ella es válida (deducible/verdadera/...) en el sistema. De algunos sistemas se ha demostrado que no existe tal algoritmo, pero Peirce elaboró de manera explícita un poderoso método de decisión para el sistema de gráficos existenciales alfa.

- **Una axiomatización de la aritmética**

Con Lina María Bedoya, estudiante UT.

Al igual que su padre, Charles Peirce sostenía que la matemática es la ciencia que obtiene conclusiones necesarias. Esta afirmación muy general la cristalizó, entre otros trabajos, al axiomatizar la aritmética, una de las ciencias matemáticas fundamentales. Aunque no empleó esa palabra, Peirce describió la axiomatización como “mostrar que ellas [las propiedades elementales concernientes al número] son consecuencias estrictamente silogísticas de unas pocas proposiciones primarias”. En el artículo corto *On the Logic of Number* [American Journal of Mathematics 4 (1881), 85 – 95] define –por primera vez– una relación de orden como se hace hoy en día; coloca un par de condiciones adicionales logrando una axiomatización elegante del conjunto ordenado de los números naturales; define –por primera vez– de manera recurrente la adición y la multiplicación; demuestra por inducción las propiedades algebraicas fundamentales de estas operaciones.

*Arnold Oostra V.
Departamento de Matemáticas y Estadística
Universidad del Tolima
A. A. 546
Ibagué (Tolima) COLOMBIA*

oostra@bunde.tolinet.com.co